



Ejer. 1-8: Dadas las partes indicadas del triángulo ABC con $\gamma = 90^\circ$, encuentre los valores exactos de las partes restantes.

1 $\alpha = 30^\circ$, $b = 20$

2 $\beta = 45^\circ$, $b = 35$

3 $\beta = 45^\circ$, $c = 30$

4 $\alpha = 60^\circ$, $c = 6$

5 $a = 5$, $b = 5$

6 $a = 4\sqrt{3}$, $c = 8$

7 $b = 5\sqrt{3}$, $c = 10\sqrt{3}$

8 $b = 7\sqrt{2}$, $c = 14$

Ejer. 9-16: Dadas las partes indicadas del triángulo ABC con $\gamma = 90^\circ$, calcule las partes restantes.

9 $\alpha = 37^\circ$, $b = 24$

10 $\beta = 64^\circ 20'$, $a = 20.1$

11 $\beta = 71^\circ 51'$, $b = 240.0$

12 $\alpha = 31^\circ 10'$, $a = 510$

13 $a = 25$, $b = 45$

14 $a = 31$, $b = 9.0$

15 $c = 5.8$, $b = 2.1$

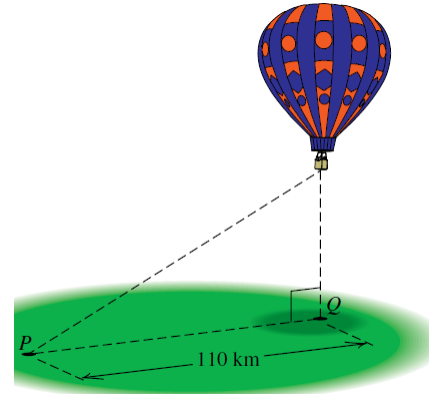
16 $a = 0.42$, $c = 0.68$

Área del terreno del Pentágono El Pentágono es el edificio de oficinas más grande del mundo en términos de área de terreno. El perímetro del edificio tiene la forma de un pentágono regular con cada lado de 921 pies de largo. Encuentre el área encerrada por el perímetro del edificio.

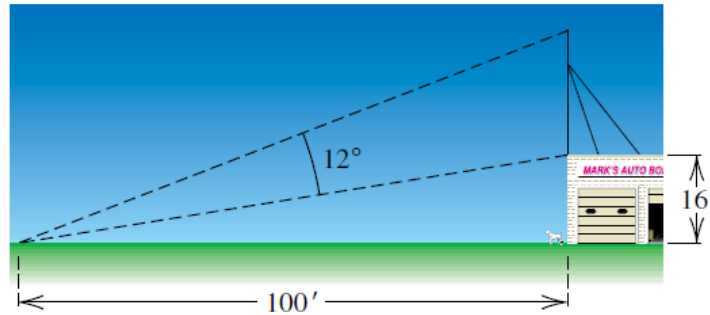
Aterrizaje de un avión Un piloto, que vuela a una altitud de 5000 pies, desea aproximarse a los números de una pista a un ángulo de 10° . Calcule, a los 100 pies más cercanos, la distancia desde el avión a los números al principio del descenso.

Topografía Desde un punto a 15 metros sobre el nivel del suelo, un topógrafo mide el ángulo de depresión de un objeto en el suelo a 68° . Calcule la distancia desde el objeto al punto en el suelo directamente abajo del topógrafo.

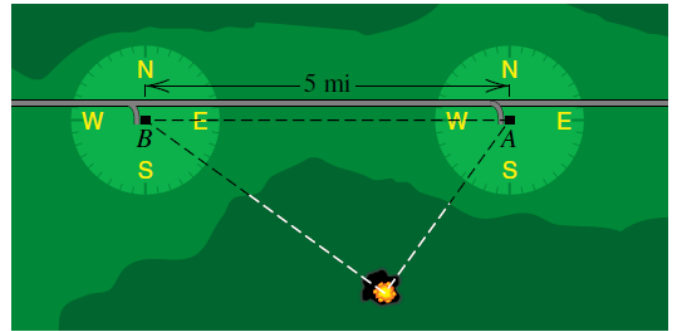
Ascenso de un globo de aire caliente Cuando un globo de aire caliente se eleva verticalmente, su ángulo de elevación, desde un punto P en el nivel del suelo a 110 kilómetros del punto Q directamente debajo del globo, cambia de $19^\circ 20'$ a $31^\circ 50'$ (vea la figura). ¿Aproximadamente cuánto sube el globo durante este periodo?



Longitud de una antena Una antena de banda civil está colocada encima de un garaje que mide 16 pies de altura. Desde un punto al nivel del suelo que está a 100 pies de un punto directamente debajo de la antena, la antena subtende un ángulo de 12° , como se muestra en la figura. Calcule la longitud de la antena.



Localización de un incendio forestal Desde un punto de observación A , un guardabosque avista un incendio en la dirección $S35^\circ 50' W$ (vea la figura). Desde un punto B , a 5



Ejer. 1-22: Verifique la identidad.

1 $(\cot^2 x + 1)(1 - \cos^2 x) = 1$

2 $\cos \theta + \sen \theta \tan \theta = \sec \theta$

3 $\frac{(\sec^2 \theta - 1) \cot \theta}{\tan \theta \sen \theta + \cos \theta} = \sen \theta$

4 $(\tan x + \cot x)^2 = \sec^2 x \csc^2 x$

5 $\frac{1}{1 + \sen t} = (\sec t - \tan t) \sec t$

6 $\frac{\sen(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

7 $\tan 2u = \frac{2 \cot u}{\csc^2 u - 2}$

8 $\cos^2 \frac{v}{2} = \frac{1 + \sec v}{2 \sec v}$

9 $\frac{\tan^3 \phi - \cot^3 \phi}{\tan^2 \phi + \csc^2 \phi} = \tan \phi - \cot \phi$

10 $\frac{\sen u + \sen v}{\csc u + \csc v} = \frac{1 - \sen u \sen v}{-1 + \csc u \csc v}$

11 $\left(\frac{\sen^2 x}{\tan^4 x}\right)^3 \left(\frac{\csc^3 x}{\cot^6 x}\right)^2 = 1$

12 $\frac{\cos \gamma}{1 - \tan \gamma} + \frac{\sen \gamma}{1 - \cot \gamma} = \cos \gamma + \sen \gamma$

Ejer. 1-22: Encuentre el valor exacto de la expresión siempre que esté definido.

1 (a) $\text{sen}^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

(b) $\text{cos}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

(c) $\text{tan}^{-1}(-\sqrt{3})$

2 (a) $\text{sen}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

(b) $\text{cos}^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

(c) $\text{tan}^{-1}(-1)$

3 (a) $\text{arcsen}\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\text{arccos}\frac{\sqrt{2}}{2}$ (c) $\text{arctan}\frac{1}{\sqrt{3}}$

4 (a) $\text{arcsen} 0$ (b) $\text{arccos}(-1)$ (c) $\text{arctan} 0$

5 (a) $\text{sen}^{-1}\frac{\pi}{3}$ (b) $\text{cos}^{-1}\frac{\pi}{2}$ (c) $\text{tan}^{-1} 1$

6 (a) $\text{arcsen}\frac{\pi}{2}$ (b) $\text{arccos}\frac{\pi}{3}$ (c) $\text{arctan}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

10 (a) $\text{arcsen}\left[\text{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]$

(b) $\text{arccos}(\text{cos } 0)$

(c) $\text{arctan}\left(\text{tan}\frac{\pi}{4}\right)$

11 (a) $\text{arcsen}\left(\text{sen}\frac{5\pi}{4}\right)$

(b) $\text{arccos}\left(\text{cos}\frac{5\pi}{4}\right)$

(c) $\text{arctan}\left(\text{tan}\frac{7\pi}{4}\right)$

12 (a) $\text{sen}^{-1}\left(\text{sen}\frac{2\pi}{3}\right)$

(b) $\text{cos}^{-1}\left(\text{cos}\frac{4\pi}{3}\right)$

(c) $\text{tan}^{-1}\left(\text{tan}\frac{7\pi}{6}\right)$

En los problemas 7-30, resuelva cada ecuación en el intervalo $0 \leq \theta < 2\pi$.

7. $2 \text{sen } \theta + 3 = 2$

8. $1 - \text{cos } \theta = \frac{1}{2}$

9. $4 \text{cos}^2 \theta = 1$

10. $\text{tan}^2 \theta = \frac{1}{3}$

11. $2 \text{sen}^2 \theta - 1 = 0$

12. $4 \text{cos}^2 \theta - 3 = 0$

13. $\text{sen}(3\theta) = -1$

14. $\text{tan}\frac{\theta}{2} = \sqrt{3}$

15. $\text{cos}(2\theta) = -\frac{1}{2}$

16. $\text{tan}(2\theta) = -1$

17. $\text{sec}\frac{3\theta}{2} = -2$

18. $\text{cot}\frac{2\theta}{3} = -\sqrt{3}$

19. $2 \text{sen } \theta + 1 = 0$

20. $\text{cos } \theta + 1 = 0$

21. $\text{tan } \theta + 1 = 0$

22. $\sqrt{3} \text{cot } \theta + 1 = 0$

23. $4 \text{sec } \theta + 6 = -2$

24. $5 \text{csc } \theta - 3 = 2$

25. $3\sqrt{2} \text{cos } \theta + 2 = -1$

26. $4 \text{sen } \theta + 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$

27. $\text{cos}\left(2\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -1$

28. $\text{sen}\left(3\theta + \frac{\pi}{18}\right) = 1$

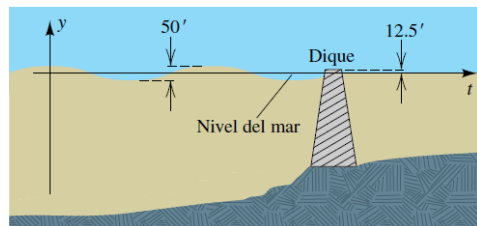
29. $\text{tan}\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = 1$

30. $\text{cos}\left(\frac{\theta}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

Olas de marea Una ola de marea, de 50 pies de altura y 30 minutos de periodo, se aproxima a un dique que está 12.5 pies sobre el nivel del mar (vea la figura). De un punto particular en la orilla, la distancia y del nivel del mar a la cresta de la ola está dada por

$$y = 25 \cos \frac{\pi}{15} t,$$

con t en minutos. ¿Durante aproximadamente cuántos minutos de cada periodo de 30 minutos está la cresta de la ola arriba del nivel de la cima del dique?



Temperatura en Fairbanks La esperada baja temperatura T (en °F) en Fairbanks, Alaska, se puede calcular con

$$T = 36 \text{sen} \left[\frac{2\pi}{365}(t - 101) \right] + 14,$$

donde t es en días, con $t = 0$ correspondiente al 1 de enero. ¿Cuántos días durante el año se espera que la baja temperatura sea menor a -4°F ?

• **Ley del Seno**

Ejer. 1-16: Resuelva el $\triangle ABC$.

1 $\alpha = 41^\circ$, $\gamma = 77^\circ$, $a = 10.5$

2 $\beta = 20^\circ$, $\gamma = 31^\circ$, $b = 210$

3 $\alpha = 27^\circ 40'$, $\beta = 52^\circ 10'$, $a = 32.4$

4 $\beta = 50^\circ 50'$, $\gamma = 70^\circ 30'$, $c = 537$

5 $\alpha = 42^\circ 10'$, $\gamma = 61^\circ 20'$, $b = 19.7$

6 $\alpha = 103.45^\circ$, $\gamma = 27.19^\circ$, $b = 38.84$

7 $\gamma = 81^\circ$, $c = 11$, $b = 12$

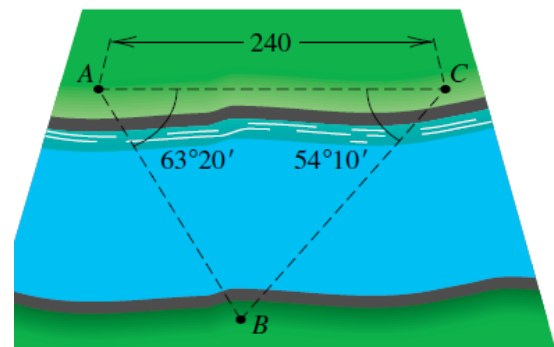
8 $\alpha = 32.32^\circ$, $c = 574.3$, $a = 263.6$

9 $\gamma = 53^\circ 20'$, $a = 140$, $c = 115$

10 $\alpha = 27^\circ 30'$, $c = 52.8$, $a = 28.1$

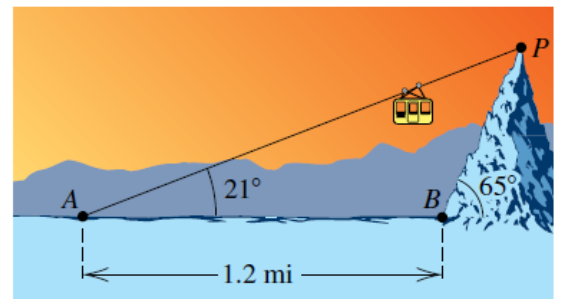
11 $\nu = 47.74^\circ$. $a = 131.08$. $c = 97.84$

Topografía Para hallar la distancia entre dos puntos A y B que se encuentran en márgenes opuestas de un río, un topógrafo traza un segmento de recta AC de 240 yardas de longitud a lo largo de una de las márgenes y determina que las medidas del $\angle BAC$ y $\angle ACB$ son $63^\circ 20'$ y $54^\circ 10'$, respectivamente (vea la figura). Calcule la distancia entre A y B .

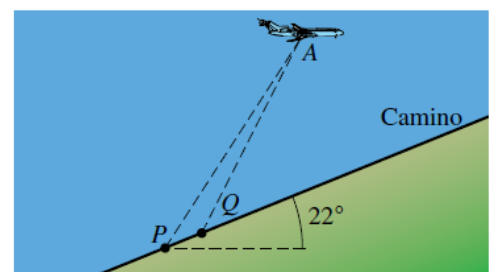


Ruta de un funicular Como se ilustra en la figura de la página siguiente, un funicular lleva pasajeros de un punto A , que está a 1.2 millas de un punto B en la base de una montaña, a un punto P en la cima de la montaña. Los ángulos de elevación de P de A y B son 21° y 65° , respectivamente.

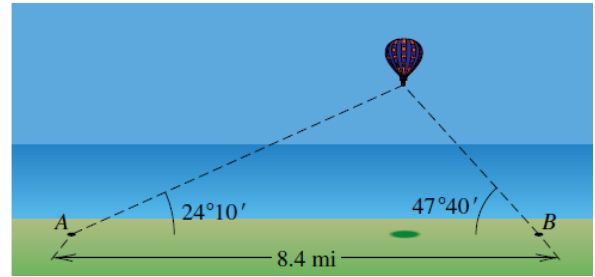
- (a) Calcule la distancia entre A y P .
- (b) Calcule la altura de la montaña.



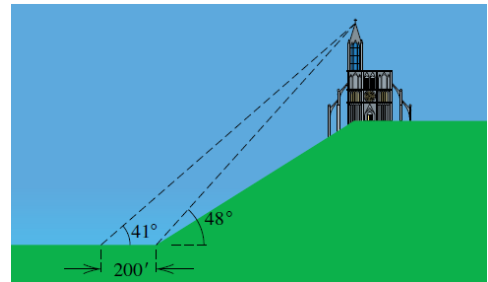
Distancia a un avión Un camino recto forma un ángulo de 22° con la horizontal. De un cierto punto P en el camino, el ángulo de elevación de un avión en el punto A es 57° . En el mismo instante, desde otro punto Q , a 100 metros más arriba en el camino, el ángulo de elevación es 63° . Como se indica en la figura, los puntos P , Q y A se encuentran en el mismo plano vertical. Calcule la distancia de P al avión.



Altura de un globo de aire caliente Los ángulos de elevación de un globo desde dos puntos A y B al nivel del suelo son $24^\circ 10'$ y $47^\circ 40'$, respectivamente. Como se muestra en la figura, los puntos A y B están a 8.4 millas entre sí, y el globo está entre los puntos, en el mismo plano vertical. Calcule la altura del globo sobre el suelo.



Altura de una catedral Una catedral está situada en una colina, como se ve en la figura. Cuando la cima de la torre se ve desde la base de la colina, el ángulo de elevación es 48° ; cuando se ve a una distancia de 200 pies de la base de la colina, el ángulo de elevación es 41° . La colina sube a un ángulo de 32° . Calcule la altura de la catedral.

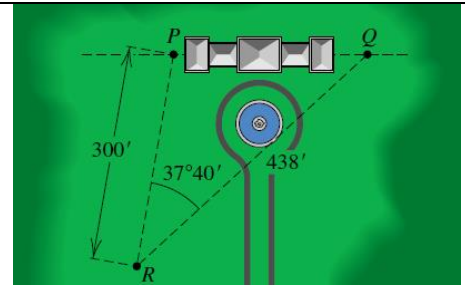


• **Ley del Coseno**

Ejer. 5–14: Resuelva al $\triangle ABC$.

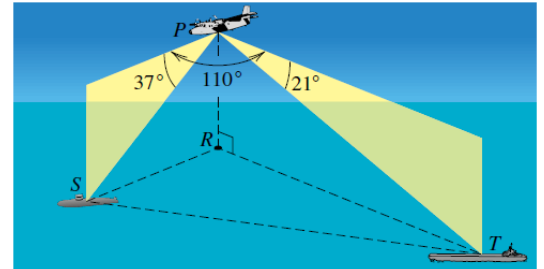
- 5 $\alpha = 60^\circ$, $b = 20$, $c = 30$
- 6 $\gamma = 45^\circ$, $b = 10.0$, $a = 15.0$
- 7 $\beta = 150^\circ$, $a = 150$, $c = 30$
- 8 $\beta = 73^\circ 50'$, $c = 14.0$, $a = 87.0$
- 9 $\gamma = 115^\circ 10'$, $a = 1.10$, $b = 2.10$
- 10 $\alpha = 23^\circ 40'$, $c = 4.30$, $b = 70.0$
- 11 $a = 2.0$, $b = 3.0$, $c = 4.0$

Topografía Dos puntos P y Q al nivel del terreno están en lados opuestos de un edificio. Para hallar la distancia entre los puntos, un topógrafo selecciona un punto R que está a 300 pies de P y a 438 de Q y luego determina que el ángulo PRQ mide $37^\circ 40'$ (vea la figura). Calcule la distancia entre P y Q .



Dimensiones de un terreno triangular El ángulo en una esquina de un terreno triangular es $73^\circ 40'$ y los lados que se encuentran en esta esquina miden 175 pies y 150 pies de largo. Calcule la longitud del tercer lado.

Reconocimiento Un avión de reconocimiento P , que vuela a 10,000 pies sobre un punto R en la superficie del agua, localiza un submarino S a un ángulo de depresión de 37° y a un buque-tanque T a un ángulo de depresión de 21° , como se muestra en la figura. Además, se encuentra que $\angle SPT$ es 110° . Calcule la distancia entre el submarino y el buque-tanque.



Ángulos de un terreno triangular Un terreno triangular tiene lados de longitudes 420 pies, 350 pies y 180 pies. Calcule el mínimo ángulo entre los lados.

Distancia entre barcos Un barco sale de puerto a la 1:00 p.m. y navega al $S35^\circ E$ a razón de 24 mi/h. Otro barco sale del mismo puerto a la 1:30 p.m. y navega al $S20^\circ W$ a 18 mi/h. ¿Aproximadamente a qué distancia están uno del otro a las 3:00 p.m.?

Distancia de vuelo Un avión vuela 165 millas desde el punto A en la dirección 130° y luego en la dirección 245° otras 80 millas. ¿Aproximadamente a qué distancia está el avión desde A ?

Rumbo de un corredor Un deportista corre con rapidez constante de una milla cada 8 minutos en dirección $S40^\circ E$ durante 20 minutos y luego en dirección $N20^\circ E$ los siguientes 16 minutos. Calcule, al décimo de milla más cercano, la distancia en línea recta de la meta al punto de partida del rumbo del corredor.

Curso de un bote de motor Un bote de motor se desplaza a lo largo de un curso triangular que tiene lados de longitudes 2 kilómetros, 4 kilómetros y 3 kilómetros, respectivamente. El primer lado fue recorrido en la dirección $N20^\circ W$ y el segundo en una dirección $S\theta^\circ W$, donde θ° es la medida en grados de un ángulo agudo. Calcule, al minuto más cercano, la dirección en la que se recorrió el tercer lado.