Universidad de Panamá
Curso de Álgebra Lineal
Operaciones con Matrices y Determinante

1. Sean las matrices cuadradas siguientes:

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}9&8&7\\6&5&4\\3&2&1\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}1&3&5\\7&9&0\\-3&-2&-1\end{pmatrix}$$

Se pide calcular:

a) $2A-3B+C$.

b) $2A^2-3AB+AC$.

c) $2A^2B-3AB^2+ACB$.

2. Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1&-4&2\\-1&4&-2\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}1&2\\-1&3\\5&-2\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}2&2\\1&-1\\1&-3\end{pmatrix}$$

Se pide calcular:

a) $B+C$.

b) AB.

c) BA.

d) $A(B+C)$.

e) $A(2B-3C)$.

[1

3. Hallar x,y,z y w si

$$3\begin{pmatrix}x&y\\z&w\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x&6\\-1&2w\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4&x+y\\z+w-1&2w+3\end{pmatrix}$$

4. Sean

$$A=\begin{pmatrix}1&3\\2&-1\end{pmatrix}\quad y\quad B=\begin{pmatrix}2&0&-4\\3&-2&6\end{pmatrix}$$

calcular AB y BA.

5. Hallar las matrices que conmutan con A, es decir $AB=BA$, donde $A=\begin{pmatrix}-1&-2\\-3&4\end{pmatrix}$.

6. Probar que las matrices AA^t y A^tA están definidas para cualquier matriz $A\in\mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{R})$

7. Encontrar AA^t y A^tA donde

$$A=\begin{pmatrix}1&2&0\\3&-1&4\end{pmatrix}$$

8. Sea $A=\begin{pmatrix}1&2\\4&-3\end{pmatrix}$ calcular A^2 y A^3. Hallar $f(A)$ donde $f(x)=2x^3-4x^2+x+5$.

9. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1&3\\4&-3\end{pmatrix}$ encontrar un vector $\vec{u}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ no nulo tal que $A\vec{u}=3\vec{u}$.

10. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \; ; \; B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \; ; \; C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \; ; \; D = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

Compruebese que:

a) $C = A^{-1}$.

b) $D = B^{-1}$.

c) $C + D \neq (A+B)^{-1}$.

11. Hallar las inversas de las siguientes matrices a través de transformaciones elementales.:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

12. Calcular los siguientes determinantes de orden 2:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a & 1 \\ a & b \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{vmatrix}$$

13. Hallar la inversa de las matrices anteriores, en el caso de que exista. [2

14. Demostrar que si a, b y c son números reales, las raíces de la ecuación

$$\begin{vmatrix} a-x & b \\ b & c-x \end{vmatrix} = 0$$

son reales.

15. Calcular los siguientes determinantes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

16. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 8 & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Se pide:

a) Hallar la matriz $Adj\,(A)$.

b) Calcular $|A|$.

c) Comprobar que: $A \cdot Adj\,(A)^t = Adj\,(A)^t \cdot A = |A|\, I$

d) Calcular A^{-1}.