

TEMA: ANUALIDADES CIERTAS ORDINARIAS: CALCULO DEL PAGO PERIÓDICO, PLAZO Y TASA DE INTERÉS

En esta sección estudiaremos a partir de las fórmulas del monto y valor presente de las anualidades, los cálculos sobre los pagos periódicos, Plazo y la tasa de interés.

Pago Periódicos o cuotas

$$R = \frac{i \cdot S}{(1+i)^n - 1} = S \frac{1}{s_{n|i}} \quad (\text{dado el monto } S)$$

$$R = \frac{i \cdot A}{1 - (1+i)^{-n}} = S \frac{1}{a_{n|i}} \quad (\text{dado el monto del valor presente } A)$$

- **Ejemplo 2:** ¿Cuál tiene que ser el importe de cada uno de los depósitos semestrales que deberán hacerse en una cuenta de ahorros que paga el $3\frac{1}{2}\%$ convertible semestralmente, durante 10 años para que el monto sea de \$25 000, precisamente del último depósito.?

- Datos y solución

$$S = 25\,000; \quad i = \frac{0,035}{6} = 0,0175; \quad n = 10 \times 2 = 20$$

$$\Rightarrow R = \frac{i \cdot S}{(1+i)^n - 1} = \frac{(0,0175) \cdot (25\,000)}{(1,0175)^{20} - 1} = \frac{437,50}{0,414778195} = \$1054,78$$

Ejemplo 3: Tres meses antes de ingresar al colegio un estudiante recibe \$ 10 000, los cuales son invertidos al 4% convertible trimestralmente. ¿Cuál es el importe de cada uno de los retiros trimestrales que podrá hacer durante cuatro años, iniciando el primero, transcurrido tres meses?

- Datos y solución

$$A = 10\,000; \quad i = \frac{0,04}{4} = 0,01; \quad n = 4 \times 4 = 16$$

$$\Rightarrow R = \frac{i \cdot A}{1 - (1+i)^{-n}} = \frac{(0,01)(10\,000)}{1 - (1+0,01)^{-16}} = \frac{100}{1 - 0,85282126} = \frac{100}{0,147178737} = \$679,45$$

Plazo o tiempo

De la fórmula $S = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ despejamos n usando logaritmos y obtenemos:

$$n = \frac{\log(iS + R) - \log R}{\log(1+i)}$$

Dado el monto S , los pagos R y la tasa de interés i .

De la misma forma cuando nos dan *el valor presente A, los pagos R y la tasa de interés i*

$$n = \frac{\log R - \log(R - iA)}{\log(1 + i)}$$

Ejemplo 4: Guadalupe obtiene un préstamo de \$3750, acordado pagar capital e intereses al 6%, convertible semestralmente mediante pagos semestrales de \$225 cada uno, haciendo el primer pago en 6 meses. ¿Cuántos pagos deberá hacer Guadalupe?

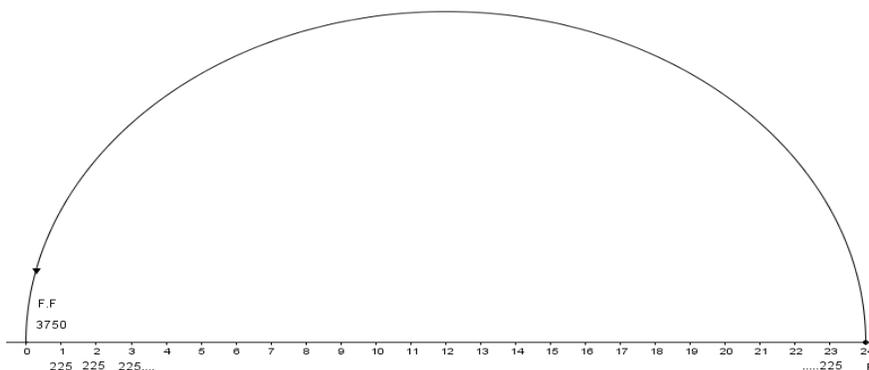
- Datos y Solución

$$A = 3750 ; R = 225 ; i = \frac{0,06}{2} = 0,03$$

$$n = \frac{\log R - \log(R - iA)}{\log(1 + i)} = \frac{\log 225 - \log(225 - 0,03(3750))}{\log(1 + 0,03)}$$

$$= \frac{2,352182518 - 2,05115252}{0,012837224} = 23,450 \text{ semestres}$$

Ejemplo 5: Determine el monto que tendrá que pagar Guadalupe en el pago 24°, si tomamos como fecha focal el principio del plazo.



Solución: notemos que todos estos valores corresponden a valores presente

$$\Rightarrow A_{23} + P(1 + 0,03)^{-24} = 3750$$

$$\Rightarrow 225 \frac{1 - (1 + 0,03)^{-23}}{0,03} + P(1,03)^{-24} = 3750$$

$$\Rightarrow P = \frac{3750 - 3699,81}{(1,03)^{-24}} = (3750 - 3699,81)(1,03)^{24} = (50,19)(2,0328) = \$102,03$$

Ejercicios

1. Se va construir un fondo de \$5000 mediante depósitos de \$250 cada 3 meses. Si el fondo gana 4% convertible trimestralmente, hallar el número de depósitos de \$250 que tendrán que hacerse y el importe que será necesario hacer 3 meses más tarde. \Rightarrow \$47,28
2. La compañía XYZ debe acumular \$12 000 durante los próximos 10 años para remplazar algunas máquinas. ¿Qué cantidad debe invertir al final de cada año en un fondo que paga el 3% efectivo para lograr su propósito? \Rightarrow \$1046,77
3. Massiell compra un auto usado en \$1350. Acuerda pagar \$225 de cuota inicial y la diferencia en 15 abonos mensuales, el primero con vencimiento en un mes. Si el concesionario carga el 9% convertible mensualmente, ¿cuál es el importe del abono mensual? \Rightarrow \$79,58
4. Tan pronto Nicolle ahorre \$10 000, montará un taller de reparaciones. Si puede ahorrar \$500 cada 3 meses e invertirlos al 3% convertible trimestralmente, determine el número de depósitos \$500 que debe hacer, y el importe del depósito final. $\Rightarrow n = 18.7047$ trimestres y $P_f = \$330.66$
5. ¿Cuánto debe invertir Aldahir al final de cada 3 meses, durante los próximos 4 años, en un fondo que paga el 4% convertible trimestralmente con el objeto de acumular \$2500 \Rightarrow 144,86
6. Una ciudad emite \$100 000 en bonos a 20 años y constituye fondo para redimirlos a su vencimiento. ¿Cuánto debe tomarse anualmente de los impuestos para este propósito si el fondo produce el $2\frac{1}{2}\%$ \Rightarrow \$3914,71
7. Sacha compra un piano que cuesta \$1250. Paga \$350 iniciales y acuerda hacer pagos mensuales de \$X cada uno por los próximos 2 años venciendo el primer en un mes. Hallar los \$X con intereses al 8% convertible mensualmente. \Rightarrow \$40,71
8. Remplazar una serie de pagos de \$2000 al final de cada año por el equivalente en pagos mensuales al final de cada mes suponiendo un interés al 6% convertible mensualmente. \Rightarrow \$162,13
9. Con el objeto de tener disponible \$8000 el primero de junio de 2016, se tendrán que hacer depósitos iguales cada 6 meses en un fondo que paga el 5% convertible semestralmente. Determine el importe del depósito requerido \Rightarrow \$484,30
10. Bejarano Guadalupe con cédula 8-0856-2150 obtiene un préstamo de \$4000 y acuerda pagarlo con interés al 4% convertible trimestralmente en pagos trimestrales de \$300 cada uno, durante el tiempo necesario. Si el primer pago lo hace 3 meses después de recibido el dinero,
 - a) Determine el número necesario de pagos completos \Rightarrow 14,3815 *pagos trimestrales*
 - b) Hallar el pago final que se hará 3 meses después del último pago completo. \Rightarrow \$114,81