



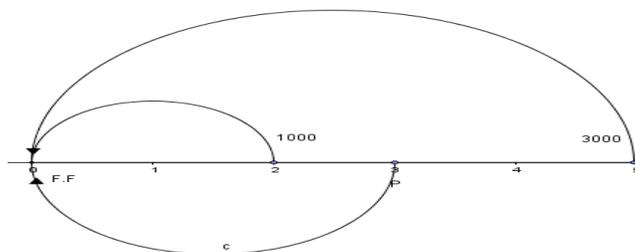
**Una ecuación de valor** se obtiene igualando en una fecha de comparación o fecha focal, la suma de un conjunto de obligaciones con otro conjunto de obligaciones o pagos. En el tema de *interés simple*, dos conjuntos de obligaciones que son equivalentes en una cierta fecha (*fecha focal*), pueden no serlo en otra distintas. Cuando se trata con interés compuesto, dos conjuntos de obligaciones que son equivalentes en una fecha también lo son en cualquier otra.

**Ejemplo:** Evelin debe a José \$1000 pagadero en 2 años y \$3000 pagadero en 5 años. Acuerden que Evelin liquide sus deudas mediante un pago único al final de 3 años sobre la base de un rendimiento de 6% convertible semestralmente.



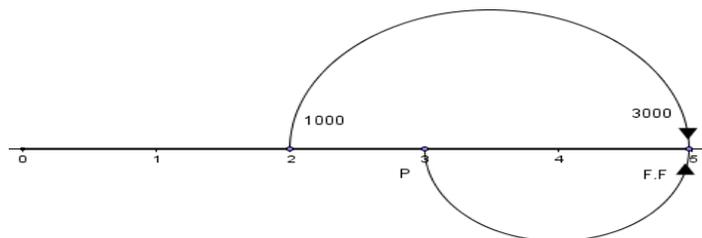
$$P = 1000(1,03)^2 + 3000(1,03)^{-4} = \$3726,36$$

a) Si tomamos la fecha focal al inicio.



$$P(1,03)^{-6} = 1000(1,03)^{-4} + 3000(1,03)^{-10} = \$3726,36$$

b) Si tomamos la fecha focal al final, es decir al final de 5 años



$$P(1,03)^4 = 1000(1,03)^6 + 3000 = \$3726,36$$

## Ejercicios

- Matilde debe \$ 1000 pagadero en un año y \$ 3000 pagadero en 4 años. Acuerda pagar \$2000 de inmediato y el resto en 2 años. ¿Cuánto tendrá que pagar al final del segundo año, suponiendo un rendimiento de 5% convertible semestralmente?  $\Rightarrow$  \$1560,84
- Zugeidy obtiene un préstamo de \$5000 con intereses al 5% convertible semestralmente. Acepta pagar \$1000 dentro de un año, \$2000 en dos años y el saldo en 3 años. Hallar el pago final.  $\Rightarrow$  \$ 2593,40

3. Suponiendo una tasa efectiva de 4%, ¿con qué pagos iguales al final de 1 año y al final de 3 años, es posible remplazar las siguientes obligaciones: \$2000 con vencimiento en 3 años sin intereses \$4000 con intereses al 4% convertible semestralmente con vencimiento en 6 años.  $\Rightarrow$  \$ 3127,33
4. Zenaida debe \$1000 pagaderos dentro de 3 años. Si hace el día de hoy un pago de \$400, ¿cuál será el importe del pago que tendrá que hacer en 2 años para liquidar su deuda suponiendo un rendimiento de 5% convertible semestralmente?  $\Rightarrow$  \$510,29
5. Una deuda de \$250 vencida hace dos años y otra de \$750 pagaderos en 3 años se van a liquidar en la fecha mediante un pago único. Hallar el importe del pago suponiendo un rendimiento al 5% convertible semestralmente.  $\Rightarrow$  \$922,67
6. Sustituir dos deudas de \$400 y \$800 con vencimiento en 3 y 5 años respectivamente, por dos pagos iguales con vencimiento en 2 y 4 años, suponiendo un rendimiento de 5% convertible semestralmente.  $\Rightarrow$  \$561,69
7. ¿A qué tasa efectiva, un pago único de \$1500 hoy, es equivalente a dos pagos de \$800 cada uno con vencimiento en 1 y 2 años respectivamente?  $\Rightarrow$  4,41%

**Tiempo Equivalente:** La fecha en la cual un conjunto de obligaciones, con vencimiento en fechas diferentes, puede ser liquidado mediante un pago único igual a la suma de las distintas deudas, se conoce como *fecha de vencimiento promedio* de las deudas. El tiempo por transcurrir hasta dicha fecha se conoce **como tiempo equivalente**.

**Ejemplo:** ¿Cuál es el tiempo equivalente para el pago de una deuda de \$1000 con vencimiento en 1 año, y \$3000 con vencimiento en 2 años suponiendo un rendimiento de 4% convertible trimestralmente.



$$4000(1 + 0.01)^{-4t} = 1000(1 + 0.01)^{-4} + 3000(1 + 0.01)^{-8}$$

$$4000(1.01)^{-4t} = 1000(1.01)^{-4} + 3000(1.01)^{-8}$$

$$(1.01)^{-4t} = \frac{1000(1.01)^{-4} + 3000(1.01)^{-8}}{4000}$$

$$(1.01)^{-4t} = \frac{3731,43}{4000} = 0,9328575$$

$$\log(1.01)^{-4t} = \log 0,9328575$$

$$t = \frac{\log 0,9328575}{-4 \log(1.01)} = 1,75 \text{ años}$$

$$t = 1 \text{ año y } 9 \text{ meses}$$

Es también valido usar la fórmula:

$$t = \frac{At_1 + Bt_2 + Ct_3}{A + B + C}$$

Donde A,B y C es monto de cada deuda y los  $t_i$  es el tiempo en años de vencimiento de cada deuda. Por ejemplo usando el problema anterior:  $t = \frac{1000(1)+3000(2)}{1000+3000} = \frac{7000}{4000} = 1,75$  años

**Ejercicios:**

1. ¿En qué tiempo un pago único de \$1200 saldará las dos deudas del problema 6?  
 $\Rightarrow 4,31$  años *a partir de hoy*
2. Hallar el tiempo equivalente para el pago de dos deudas de \$250 cada una, con vencimiento en 6 meses y un año respectivamente, suponiendo un rendimiento de 6% conveniente mensualmente.  $\Rightarrow 0,75$  años