58 $f(x) = a \ln bx$

x	$f(x)$
1	−8.2080
2	−11.7400
3	−13.8061
4	−15.2720

59 $f(x) = ax^2 + e^{bx}$

x	$f(x)$
2	17.2597
3	40.1058
4	81.4579

60 $f(x) = \sqrt{ax + b}$

x	$f(x)$
2	3.8859
4	5.1284
6	6.1238

9.2 Sistemas de ecuaciones lineales con dos variables

Una ecuación $ax + by = c$ (o, bien, lo que es equivalente, $ax + by - c = 0$), con a y b diferentes de cero, es una ecuación lineal con dos variables x y y. Del mismo modo, la ecuación $ax + by + cz = d$ es una ecuación lineal con tres variables x, y y z. También podemos considerar ecuaciones lineales con cuatro, cinco o *cualquier* número de variables. Los sistemas más comunes de ecuaciones son aquellos en los que toda ecuación es lineal. En esta sección vamos a considerar sólo sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. Los sistemas que contengan más de dos variables se estudian en una sección más adelante.

Dos sistemas de ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones. Para hallar las soluciones de un sistema, podemos manipular las ecuaciones hasta que obtengamos un sistema de ecuaciones equivalente sencillo para el cual las soluciones se pueden hallar fácilmente. Algunas manipulaciones (o *transformaciones*) que llevan a sistemas equivalentes se expresan en el siguiente teorema.

Teorema sobre sistemas equivalentes

Dado un sistema de ecuaciones, resulta un sistema equivalente si
(1) se intercambian dos ecuaciones.
(2) una ecuación se multiplica o divide por una constante diferente de cero.
(3) un múltiplo constante de una ecuación se suma a otra ecuación.

Un *múltiplo constante* de una ecuación se obtiene si se multiplica *cada uno* de los términos de la ecuación por la misma constante k diferente de cero. Cuando se aplica la parte (3) del teorema, a veces usamos la frase *sumar a una ecuación k veces cualquier otra ecuación. Sumar* dos ecuaciones significa sumar lados correspondientes de las ecuaciones.

El siguiente ejemplo ilustra la forma en que el teorema sobre sistemas equivalentes se puede usar para resolver un sistema de ecuaciones lineales.

EJEMPLO 1 **Usar el teorema sobre sistemas equivalentes**

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} x + 3y = -1 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

SOLUCIÓN Con frecuencia multiplicamos una de las ecuaciones por una constante que nos dará el inverso aditivo del coeficiente de una de las variables de la otra ecuación. Hacer esto hace posible que sumemos las dos ecuaciones y obtengamos una ecuación con sólo una variable, como sigue:

$$\begin{cases} x + 3y = -1 \\ 6x - 3y = 15 \end{cases} \qquad \text{multiplicar por 3 la segunda ecuación}$$

$$\begin{cases} x + 3y = -1 \\ 7x = 14 \end{cases} \qquad \text{sumar la primera ecuación a la segunda}$$

Del último sistema vemos que $7x = 14$ y que por tanto $x = \frac{14}{7} = 2$. Para hallar el valor y correspondiente, sustituimos 2 por x en $x + 3y = -1$, obteniendo $y = -1$. En consecuencia, $(2, -1)$ es la única solución del sistema.

Hay muchas otras formas de usar el teorema sobre sistemas equivalentes para hallar la solución. Otro método es proceder como sigue:

$$\begin{cases} x + 3y = -1 \\ 2x - y = 5 \end{cases} \qquad \text{enunciado}$$

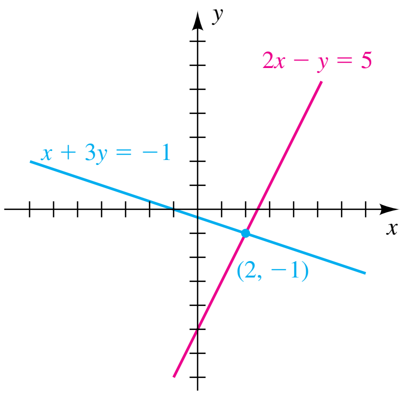
$$\begin{cases} -2x - 6y = 2 \\ 2x - y = 5 \end{cases} \qquad \text{multiplicar por } -2 \text{ la primera ecuación}$$

$$\begin{cases} -2x - 6y = 2 \\ - 7y = 7 \end{cases} \qquad \text{sumar la primera ecuación a la segunda}$$

Del último sistema vemos que $-7y = 7$ o $y = -1$. Para hallar el valor x correspondiente, podríamos sustituir -1 por y en $x + 3y = -1$ obteniendo $x = 2$. Por lo tanto, $(2 -1)$ es la solución.

Las gráficas de las dos ecuaciones son rectas que se cruzan en el punto $(2, -1)$, como se ve en la figura 1.

Figura 1



La técnica empleada en el ejemplo 1 se denomina **método de eliminación**, porque comprende la eliminación de una variable de una de las ecuaciones. El método de eliminación por lo general lleva a soluciones en menos pasos que el método de sustitución explicado en la sección anterior.

EJEMPLO 2 **Un sistema de ecuaciones lineales con un número infinito de soluciones**

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 3x + y = 6 \\ 6x + 2y = 12 \end{cases}$$

SOLUCIÓN La multiplicación de la segunda ecuación por $\frac{1}{2}$ nos da

$$\begin{cases} 3x + y = 6 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$$

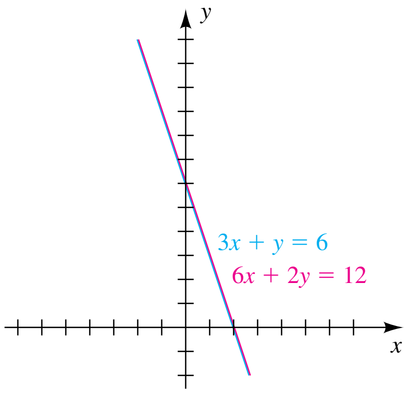
Entonces, (a, b) es una solución si y sólo si $3a + b = 6$, es decir, $b = 6 - 3a$. Se deduce que las soluciones están formadas por pares ordenados de la forma $(a, 6 - 3a)$, donde a es cualquier número real. Si deseamos hallar soluciones particulares, podríamos sustituir varios valores por a. Unas soluciones son $(0, 6)$, $(1, 3)$, $(3, -3)$, $(-2, 12)$ y $\left(\sqrt{2}, 6 - 3\sqrt{2}\right)$.

Es incorrecto decir que la solución es "todos los reales." Es correcto decir que la solución es el conjunto de todos los pares ordenados tales que $3x + y = 6$, lo cual se puede escribir

$$\{(x, y) \mid 3x + y = 6\}.$$

La gráfica de cada ecuación es la misma recta, como se ve en la figura 2.

Figura 2



EJEMPLO 3 **Un sistema de ecuaciones lineales sin soluciones**

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 3x + y = 6 \\ 6x + 2y = 20 \end{cases}$$

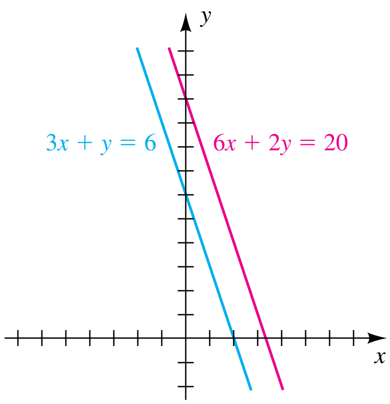
SOLUCIÓN Si sumamos a la segunda ecuación -2 veces la primera ecuación, $-6x - 2y = -12$, obtenemos el sistema equivalente

$$\begin{cases} 3x + y = 6 \\ 0 = 8 \end{cases}$$

La última ecuación se puede escribir $0x + 0y = 8$, lo que es falso para todo par ordenado (x, y). Por tanto, el sistema no tiene solución.

Las gráficas de las dos ecuaciones del sistema dado son rectas que tienen la misma pendiente y por tanto son paralelas (vea la figura 3). La conclusión de que el sistema no tiene solución corresponde al hecho de que estas rectas no se cruzan.

Figura 3



Los tres ejemplos anteriores ilustran formas comunes de resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables: o hay exactamente una solución, hay un número infinito de soluciones, o no hay solución. Un sistema es **consistente** si tiene al menos una solución. Un sistema con un número infinito de soluciones es **dependiente y consistente.** Un sistema es **inconsistente** si no tiene solución.

Como la gráfica de cualquier ecuación lineal $ax + by = c$ es una recta, *exactamente uno* de los tres casos citados en la tabla siguiente se cumple para cualquier sistema de dos de tales ecuaciones.

Características de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables

Gráficas	Número de soluciones	Clasificación
Rectas no paralelas	Una solución	Sistema consistente
Rectas idénticas	Número infinito de soluciones	Sistema dependiente y consistente
Rectas paralelas	Sin solución	Sistema inconsistente

En la práctica, debe haber poca dificultad para determinar cuál de estos casos ocurre. El caso de la solución única se hará evidente cuando al sistema se apliquen transformaciones apropiadas, como se ilustra en el ejemplo 1. El caso de un número infinito de soluciones es semejante al del ejemplo 2, donde una de las ecuaciones se puede transformar en la otra. El caso donde no hay solución está indicado por una contradicción, tal como el enunciado de $0 = 8$, que apareció en el ejemplo 3.

En el proceso de resolver un sistema, suponga que obtenemos para x un número racional tal como $-\frac{41}{29}$. Sustituir $-\frac{41}{29}$ por x para hallar el valor de y es engorroso. Es más fácil seleccionar un multiplicador diferente para cada una de las ecuaciones originales que harán posible que eliminemos x y despejemos y. Esta técnica se ilustra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 4 Resolver un sistema

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 4x + 7y = 11 \\ 3x - 2y = -9 \end{cases}$$

SOLUCIÓN Seleccionamos multiplicadores para eliminar y. (El mínimo común múltiplo de 7 y 2 es 14.)

$$\begin{cases} 8x + 14y = 22 & \text{multiplicar por 2 la primera ecuación} \\ 21x - 14y = -63 & \text{multiplicar por 7 la segunda ecuación} \end{cases}$$

La suma de la primera ecuación a la segunda nos da

$$29x = -41 \quad \text{o bien,} \quad x = -\tfrac{41}{29}.$$

A continuación, regresamos al sistema original y seleccionamos multiplicadores para eliminar x. (El mínimo común múltiplo de 4 y 3 es 12.)

$$\begin{cases} 4x + 7y = 11 \\ 3x - 2y = -9 \end{cases} \quad \text{sistema original}$$

$$\begin{cases} 12x + 21y = 33 & \text{multiplicar por 3 la primera ecuación} \\ -12x + 8y = 36 & \text{multiplicar por } -4 \text{ la segunda ecuación} \end{cases}$$

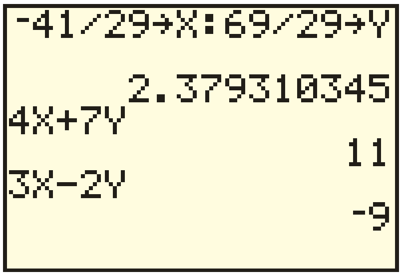
(continúa)

Al sumar las ecuaciones tendremos

$$29y = 69, \quad \text{es decir,} \quad y = \tfrac{69}{29}.$$

Comprobación $(x, y) = \left(-\tfrac{41}{29}, \tfrac{69}{29}\right)$

Figura 4



Sustituimos los valores de x y y en las ecuaciones originales.

$$4x + 7y = 4\left(-\tfrac{41}{29}\right) + 7\left(\tfrac{69}{29}\right) = -\tfrac{164}{29} + \tfrac{483}{29} = \tfrac{319}{29} = 11$$ la primera ecuación se verifica

$$3x - 2y = 3\left(-\tfrac{41}{29}\right) - 2\left(\tfrac{69}{29}\right) = -\tfrac{123}{29} - \tfrac{138}{29} = -\tfrac{261}{29} = -9$$ también la segunda

La figura 4 muestra la prueba de la solución en calculadora $\left(-\tfrac{41}{29}, \tfrac{69}{29}\right)$.

Ciertos problemas aplicados se pueden resolver con la introducción de sistemas de dos ecuaciones lineales, como se ilustra en los dos ejemplos siguientes.

EJEMPLO 5 Una aplicación de un sistema de ecuaciones lineales

Una compañía agroindustrial tiene una granja de 100 acres en la cual produce lechuga y col. Cada acre de col requiere 600 horas de mano de obra y cada acre de lechuga necesita de 400 horas de mano de obra. Si se dispone de 45,000 horas y si han de usarse todos los recursos de tierra y mano de obra, encuentre el número de acres de cada cosecha que debe plantarse.

SOLUCIÓN Introduzcamos variables para denotar las cantidades desconocidas como sigue:

$$x = \text{número de acres de col}$$
$$y = \text{número de acres de lechuga}$$

Entonces, el número de horas de mano de obra necesario para cada cosecha se puede expresar como sigue:

$$600x = \text{número de horas necesarias para col}$$
$$400y = \text{número de horas necesarias para lechuga}$$

Usando los datos de que el número total de acres es 100 y que el número total de horas disponibles es 45,000 nos lleva al sistema siguiente:

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 600x + 400y = 45{,}000 \end{cases}$$

A continuación usamos el método de eliminación:

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 6x + 4y = 450 \end{cases}$$ dividir la segunda ecuación entre 100

$$\begin{cases} -6x - 6y = -600 \\ 6x + 4y = 450 \end{cases}$$ multiplicar por -6 la primera ecuación

$$\begin{cases} -6x - 6y = -600 \\ -2y = -150 \end{cases}$$ sumar la primera ecuación a la segunda

Vemos de la última ecuación que $-2y = -150$ o $y = 75$. Sustituyendo 75 por y en $x + y = 100$ nos da $x = 25$. Por tanto, la compañía debe plantar 25 acres de col y 75 acres de lechuga.

Comprobación Plantar 25 acres de col y 75 acres de lechuga requiere de $(25)(600) + (75)(400) = 45{,}000$ horas de mano de obra. Así, se usan los 100 acres de tierras y 45,000 horas de mano de obra.

EJEMPLO 6 **Hallar la rapidez de la corriente de un río**

Un bote de motor, operando a toda velocidad, hizo un viaje de 4 millas corriente arriba (contra una corriente constante) en 15 minutos. El viaje de regreso (con la misma corriente y también a toda velocidad), tomó 12 minutos. Encuentre la rapidez de la corriente y la rapidez equivalente del bote en aguas en calma.

SOLUCIÓN Empezamos por introducir variables para denotar las cantidades desconocidas. Así, sea

$$\begin{aligned} x &= \text{rapidez del bote (en mi/hr)} \\ y &= \text{rapidez de la corriente (en mi/hr).} \end{aligned}$$

Planeamos usar la fórmula $d = rt$, donde d denota la distancia recorrida, r la rapidez y t el tiempo. Como la corriente reduce la rapidez del bote cuando éste navega contra la corriente pero se agrega a su rapidez cuando navega en favor de la corriente, obtenemos

$$\begin{aligned} \text{rapidez contra la corriente } &= x - y \text{ (en mi/h)} \\ \text{rapidez a favor de la corriente } &= x + y \text{ (en mi/h).} \end{aligned}$$

El tiempo (en horas) recorrido en cada dirección es

$$\begin{aligned} \text{tiempo contra la corriente } &= \tfrac{15}{60} = \tfrac{1}{4}\text{ h} \\ \text{tiempo a favor de la corriente } &= \tfrac{12}{60} = \tfrac{1}{5}\text{ h} \end{aligned}$$

La distancia es 4 millas para cada viaje. Sustituyendo en $d = rt$ tendremos el sistema

$$\begin{cases} 4 = (x - y)\left(\frac{1}{4}\right) \\ 4 = (x + y)\left(\frac{1}{5}\right) \end{cases}$$

Si aplicamos el teorema sobre sistemas equivalentes, obtenemos

$$\begin{cases} x - y = 16 \\ x + y = 20 \end{cases} \qquad \text{multiplicar la primera ecuación por 4 y la segunda por 5}$$

$$\begin{cases} x - y = 16 \\ 2x \phantom{{}-y} = 36 \end{cases} \qquad \text{sumar la primera ecuación a la segunda}$$

Vemos de la última ecuación que $2x = 36$ o $x = 18$. Sustituyendo 18 por x en $x + y = 20$ nos da $y = 2$. Por lo tanto, la rapidez del bote en aguas en calma es 18 mi/h y la rapidez de la corriente es 2 mi/h.

Comprobación La rapidez contra la corriente es $18 - 2 = 16$ mi/h; a favor de la corriente es $18 + 2 = 20$ mi/h. Un viaje de 4 millas contra la corriente toma $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}\text{ h} = 15\text{ min}$, y el viaje de 4 millas a favor de la corriente toma $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}\text{ h} = 12\text{ min}$.

9.2 Ejercicios

Ejer. 1-20: Resuelva el sistema.

1 $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x - 2y = 8 \end{cases}$

2 $\begin{cases} 4x + 5y = 13 \\ 3x + y = -4 \end{cases}$

3 $\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ 3x - 7y = 24 \end{cases}$

4 $\begin{cases} 7x - 8y = 9 \\ 4x + 3y = -10 \end{cases}$

5 $\begin{cases} 3r + 4s = 3 \\ r - 2s = -4 \end{cases}$

6 $\begin{cases} 9u + 2v = 0 \\ 3u - 5v = 17 \end{cases}$

7 $\begin{cases} 5x - 6y = 4 \\ 3x + 7y = 8 \end{cases}$

8 $\begin{cases} 2x + 8y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$

9 $\begin{cases} \frac{1}{3}c + \frac{1}{2}d = 5 \\ c - \frac{2}{3}d = -1 \end{cases}$

10 $\begin{cases} \frac{1}{2}t - \frac{1}{5}v = \frac{3}{2} \\ \frac{2}{3}t + \frac{1}{4}v = \frac{5}{12} \end{cases}$

11 $\begin{cases} \sqrt{3}x - \sqrt{2}y = 2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = \sqrt{2} \end{cases}$

12 $\begin{cases} 0.11x - 0.03y = 0.25 \\ 0.12x + 0.05y = 0.70 \end{cases}$

13 $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ -6x + 9y = 12 \end{cases}$

14 $\begin{cases} 3p - q = 7 \\ -12p + 4q = 3 \end{cases}$

15 $\begin{cases} 3m - 4n = 2 \\ -6m + 8n = -4 \end{cases}$

16 $\begin{cases} x - 5y = 2 \\ 3x - 15y = 6 \end{cases}$

17 $\begin{cases} 2y - 5x = 0 \\ 3y + 4x = 0 \end{cases}$

18 $\begin{cases} 3x + 7y = 9 \\ y = 5 \end{cases}$

19 $\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{3}{y} = -2 \\ \dfrac{4}{x} - \dfrac{5}{y} = 1 \end{cases}$ $\left(\textit{sugerencia}\text{: Haga } u = \dfrac{1}{x} \text{ y } v = \dfrac{1}{y}.\right)$

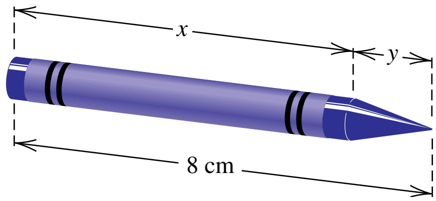
20 $\begin{cases} \dfrac{3}{x-1} + \dfrac{4}{y+2} = 2 \\ \dfrac{6}{x-1} - \dfrac{7}{y+2} = -3 \end{cases}$

21 **Venta de boletos** El precio de admisión a un juego entre equipos de secundaria fue \$3.00 para estudiantes y \$4.50 para no estudiantes. Si se vendieron 450 boletos para un total de \$1555.50, ¿cuántos de cada tipo se compraron?

22 **Viaje en avión** Una línea aérea que hace vuelos de Los Ángeles a Albuquerque con una escala en Phoenix cobra una tarifa de \$90 a Phoenix y de \$120 de Los Ángeles a Albuquerque. Un total de 185 pasajeros abordaron el avión en Los Ángeles y los pasajes totalizaron \$21,000. ¿Cuántos pasajeros bajaron del avión en Phoenix?

23 **Dimensiones de un crayón** Un crayón de 8 centímetros de largo y 1 centímetro de diámetro ha de hacerse de 5 cm^3 de cera en color. El crayón va a tener forma de un cilindro rematado por una pequeña punta cónica (vea la figura). Encuentre la longitud x del cilindro y la altura y del cono.

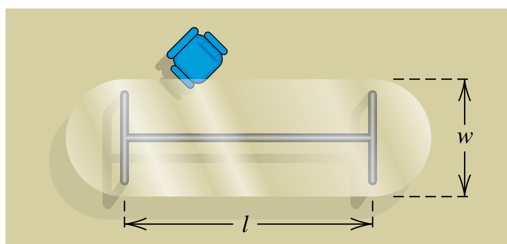
Ejercicio 23



24 **Remar en bote** Un hombre rema en un bote 500 pies corriente arriba contra una corriente constante en 10 minutos, a continuación de lo cual rema 300 pies corriente abajo (con la misma corriente) en 5 minutos. Encuentre la rapidez de la corriente y la rapidez equivalente a la que él puede remar en aguas calmadas.

25 **Dimensiones de la repisa de una mesa** Una mesa grande para un salón de conferencias se va a construir en forma de rectángulo con dos semicírculos en los extremos (vea la figura). La mesa debe tener un perímetro de 40 pies y el área de la parte rectangular ha de ser el doble de la suma de las áreas de los dos extremos. Encuentre la longitud l y el ancho w de la parte rectangular.

Ejercicio 25



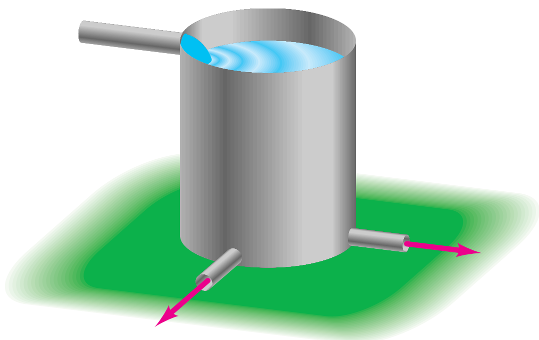
26 **Ingreso por inversiones** Una mujer tiene \$19,000 para invertir en dos fondos que pagan interés simple a tasas de 4%

y 6% por año. El interés en el fondo que paga 4% está exento de impuesto, pero debe pagar impuesto por el ingreso recibido del fondo que paga el 6%. Estando en un grupo de impuesto elevado, la mujer no desea invertir toda la suma en la cuenta que paga 6%. ¿Hay alguna forma de invertir el dinero para que ella reciba $1000 en intereses al término de un año?

27 **Población de linces** Una población de linces se clasifica por edades en gatitos (menos de 1 año de edad) y adultos (al menos 1 año de edad). Todas las hembras adultas, incluyendo las nacidas el año anterior, tienen una camada cada mes de junio, con un tamaño promedio de camada de 3 gatitos. La población de linces en primavera en cierta región se estima en 6000 y la proporción machos-hembras es uno. Calcule el número de adultos y de gatitos de la población.

28 **Caudales** Un tanque de 300 galones para almacenamiento de agua es llenado por un solo tubo de entrada y se pueden usar dos tubos idénticos de salida para proporcionar agua a los campos circundantes (vea la figura). Se necesitan 5 horas para llenar un tanque vacío cuando ambos tubos de salida están abiertos. Cuando se cierra una salida, se necesitan 3 horas para llenar el tanque. Encuentre los caudales (en galones por hora) que entran y salen de los tubos.

Ejercicio 28



29 **Mezclar una aleación de plata** Un orfebre tiene dos aleaciones, una que contiene 35% de plata y la otra contiene 60% de plata. ¿Cuánto de cada una debe fundir y combinar para obtener 100 gramos de una aleación que contenga 50% de plata?

30 **Mezcla de cacahuates** Un comerciante desea mezclar cacahuates que cuestan $3 por libra con nueces de la India que cuestan $8 por libra, para obtener 60 libras de una mezcla que cuesta $5 por libra. ¿Cuántas libras de cada variedad deben mezclarse?

31 **Viaje en avión** Un aeroplano, que vuela con viento de cola, viaja 1200 millas en 2 horas. El viaje de regreso, contra el viento, toma $2\frac{1}{2}$ horas. Encuentre la rapidez de crucero del avión y la rapidez del viento (suponga que ambas son constantes).

32 **Despachar pedidos** Una papelería vende dos tipos de cuadernos a librerías universitarias, el primero tiene un precio de mayoreo de 50¢ y el segundo de 70¢. La compañía recibe un pedido por 500 cuadernos, junto con un cheque por $286. Si el pedido no especifica el número de cada tipo, ¿cómo debe despachar el pedido?

33 **Aceleración** Cuando una pelota rueda hacia abajo por un plano inclinado, su velocidad $v(t)$ (en cm/s) en el tiempo t (en segundos) está dada por $v(t) = v_0 + at$ para una velocidad inicial v_0 y aceleración a (en cm/s^2). Si $v(2) = 16$ y $v(5) = 25$, encuentre v_0 y a.

34 **Lanzamiento vertical** Si un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba desde una altitud de s_0 pies con una velocidad inicial de v_0 ft/s, entonces su distancia $s(t)$ sobre el suelo después de t segundos es

$$s(t) = -16t^2 + v_0t + s_0.$$

Si $s(1) = 84$ y $s(2) = 116$, ¿cuáles son v_0 y s_0?

35 **Planeación de producción** Una pequeña empresa de muebles manufactura sofás y divanes. Cada sofá requiere 8 horas de mano de obra y $180 en materiales, mientras que un diván se puede construir por $105 en 6 horas. La compañía tiene 340 horas de mano de obra disponibles por semana y puede permitirse comprar $6750 de materiales. ¿Cuántos divanes y sofás se pueden producir si todas las horas de mano de obra y todos los materiales deben emplearse?

36 **Dieta de ganado** Un ganadero está preparando una mezcla de avena y harina de maíz para ganado. Cada onza de avena proporciona 4 gramos de proteína y 18 gramos de carbohidratos, y una onza de harina de maíz proporciona 3 gramos de proteína y 24 gramos de carbohidratos. ¿Cuántas onzas de cada uno se pueden usar para satisfacer las metas nutricionales de 200 gramos de proteína y 1320 gramos de carbohidratos por ración?

37 **Cambio de servicios** Un plomero y un electricista, cada uno por su parte, están haciendo reparaciones en sus oficinas y acuerdan cambiar servicios. El número de horas empleadas en cada uno de los proyectos se muestra en la tabla siguiente.

	Oficina del plomero	**Oficina del electricista**
Horas del plomero	6	4
Horas del electricista	5	6

Preferirían decir que el asunto está parejo, pero debido a leyes impositivas, deben cobrar por todo trabajo que realicen. Acuerdan seleccionar tarifas de sueldo por hora, para que la cuenta en cada proyecto sea comparable al ingreso que cada uno recibiría ordinariamente por un trabajo comparable.

(continúa)

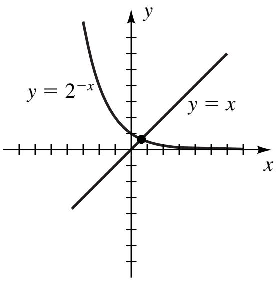
CAPÍTULO 8 EJERCICIOS DE ANÁLISIS

4 **(b)** *Sugerencia:* Ley de cosenos
5 **(a)** $(\|\mathbf{b}\| \cos \alpha + \|\mathbf{a}\| \cos \beta)\mathbf{i} + (\|\mathbf{b}\| \operatorname{sen} \alpha - \|\mathbf{a}\| \operatorname{sen} \beta)\mathbf{j}$
6 **(a)** 1 **(b)** $\pi i; \dfrac{\pi}{2}i$ **(c)** $\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i; e^{-\pi/2} \approx 0.2079$
7 El enunciado es verdadero.

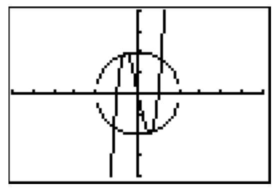
Capítulo 9

EJERCICIOS 9.1

1 $(3, 5), (-1, -3)$ **3** $(1, 0), (-3, 2)$
5 $(0, 0), \left(\dfrac{1}{8}, \dfrac{1}{128}\right)$ **7** $(3, -2)$ **9** No hay solución
11 $(-4, 3), (5, 0)$ **13** $(-2, 2)$
15 $\left(-\dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{10}\sqrt{86}, \dfrac{1}{5} + \dfrac{3}{10}\sqrt{86}\right)$, $\left(-\dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{10}\sqrt{86}, \dfrac{1}{5} - \dfrac{3}{10}\sqrt{86}\right)$
17 $(-4, 0), \left(\dfrac{12}{5}, \dfrac{16}{5}\right)$ **19** $(0, 1), (4, -3)$
21 $(\pm 2, 5), (\pm\sqrt{5}, 4)$
23 $(\sqrt{2}, \pm 2\sqrt{3}), (-\sqrt{2}, \pm 2\sqrt{3})$
25 $(2\sqrt{2}, \pm 2), (-2\sqrt{2}, \pm 2)$ **27** $(3, -1, 2)$
29 $(1, -1, 2), (-1, 3, -2)$
31 **(a)** $b = 4$; tangente
(b) $b < 4$; interseca dos veces
(c) $b > 4$; no hay intersección
33 Sí; hay una solución entre 0 y 1.

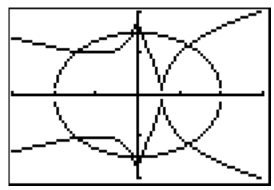


35 $\dfrac{1}{4}$; tangente **37** $f(x) = 2(3)^x + 1$
39 12 pulg × 8 pulg
41 **(a)** $a = 120{,}000, b = 40{,}000$ **(b)** 77,143
43 (0, 0), (0, 100), (50, 0); la cuarta solución (−100, 150) no es significativa
45 Sí; 1 pie × 1 pie × 2 pie o $\dfrac{\sqrt{13} - 1}{2}$ pies $\times \dfrac{\sqrt{13} - 1}{2}$ pies $\times \dfrac{8}{(\sqrt{13} - 1)^2}$ pies ≈ 1.30 pies × 1.30 pies × 1.18 pies
47 Los puntos están en la parábola **(a)** $y = \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{1}{2}$ y **(b)** $y = \dfrac{1}{4}x^2 - 1.$
49 **(a)** $(31.25, -50)$
(b) $\left(-\dfrac{3}{2}\sqrt{11}, -\dfrac{1}{2}\right) \approx (-4.975, -0.5)$
51 $(\mp 0.82, \pm 1.82); \left(\dfrac{1}{2} \pm \dfrac{\sqrt{7}}{2}, \dfrac{1}{2} \mp \dfrac{\sqrt{7}}{2}\right)$
53 $(\mp 0.56, \pm 1.92), (\mp 0.63, \pm 1.90), (\pm 1.14, \pm 1.65)$



$[-6, 6]$ por $[-4, 4]$

55 $(-1.44, \pm 1.04), (-0.12, \pm 1.50), (0{,}10, \pm 1.50), (1.22, \pm 1.19)$



$[-3, 3]$ por $[-2, 2]$

57 $a \approx 1.2012, b \approx 0.4004$ **59** $a \approx 2.8019, b \approx 0.9002$

EJERCICIOS 9.2

1 $(4, -2)$ **3** $(8, 0)$ **5** $\left(-1, \dfrac{3}{2}\right)$ **7** $\left(\dfrac{76}{53}, \dfrac{28}{53}\right)$
9 $\left(\dfrac{51}{13}, \dfrac{96}{13}\right)$ **11** $\left(\dfrac{8}{7}, -\dfrac{3}{7}\sqrt{6}\right)$ **13** No hay solución
15 Todos los pares ordenados (m, n) tales como $3m - 4n = 2$
17 $(0, 0)$ **19** $\left(-\dfrac{22}{7}, -\dfrac{11}{5}\right)$
21 313 estudiantes, 137 no estudiantes
23 $x = \left(\dfrac{30}{\pi}\right) - 4 \approx 5.55$ cm, $y = 12 - \left(\dfrac{30}{\pi}\right) \approx 2.45$ cm

25 $l = 10$ pies, $w = \dfrac{20}{\pi}$ pies **27** 2400 adultos, 3600 gatitos

29 40 g de aleación al 35%, 60 g de aleación al 60%

31 540 mi/h, 60 mi/h **33** $v_0 = 10$, $a = 3$

35 20 sofás, 30 reclinatorios

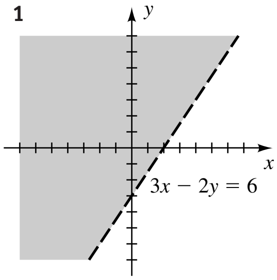
37 **(a)** $\left(c, \dfrac{4}{5}c\right)$ para una $c > 0$ arbitraria **(b)** \$28 por hora

39 1928; 15.5°C **41** LP: 4 h, SLP: 2 h

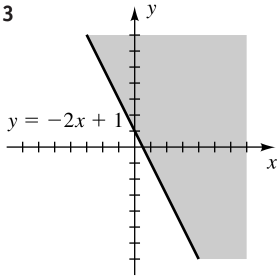
43 $a = \dfrac{1}{6}$, $b = -\dfrac{1}{6}e^{6x}$ **45** $a = \cos x - \sec x$, $b = \operatorname{sen} x$

EJERCICIOS 9.3

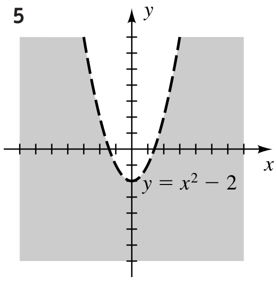
1



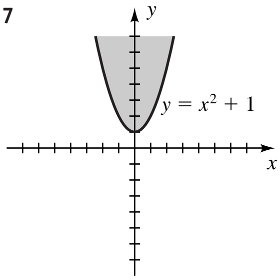
3



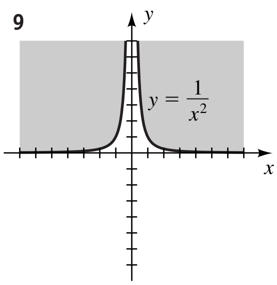
5



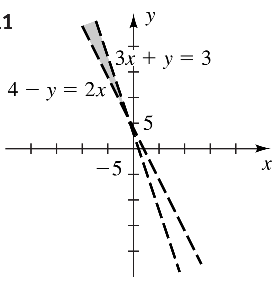
7



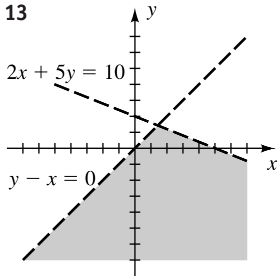
9



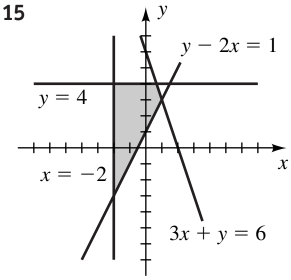
11



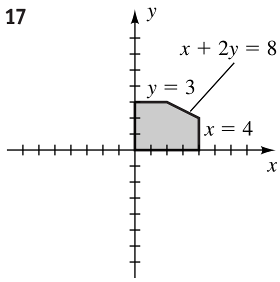
13



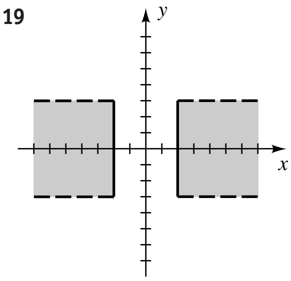
15



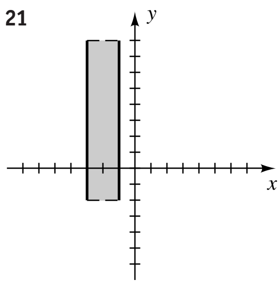
17



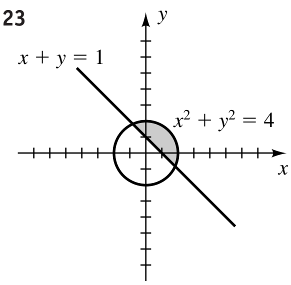
19



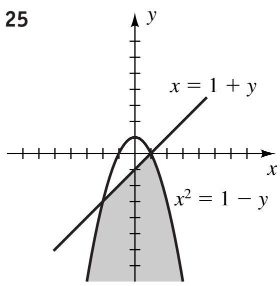
21



23



25



27 $0 \le x < 3$, $y < -x + 4$, $y \ge x - 4$

29 $x^2 + y^2 \le 9$, $y > -2x + 4$

31 $y < x$, $y \le -x + 4$, $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 \le 8$

33 $y > \dfrac{1}{8}x + \dfrac{1}{2}$, $y \le x + 4$, $y \le -\dfrac{3}{4}x + 4$