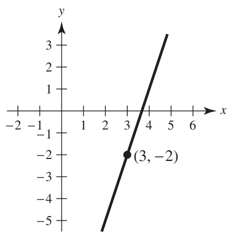
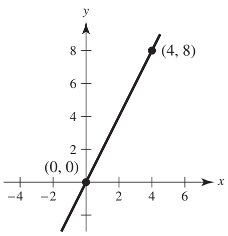
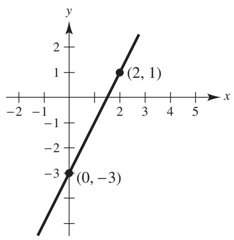
33. $3x - y - 11 = 0$



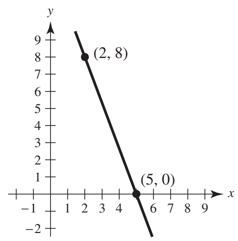
35. $2x - y = 0$



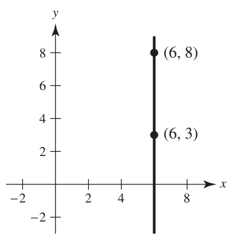
37. $2x - y - 3 = 0$



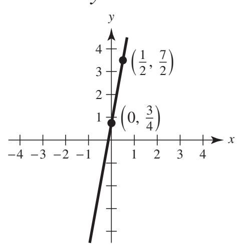
39. $8x + 3y - 40 = 0$



41. $x - 6 = 0$

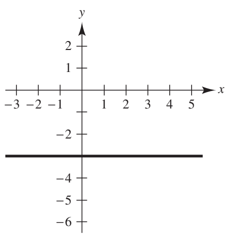


43. $22x - 4y + 3 = 0$

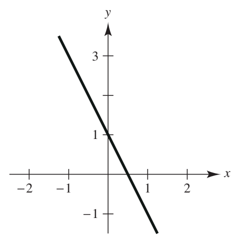


45. $x - 3 = 0$ **47.** $3x + 2y - 6 = 0$ **49.** $x + y - 3 = 0$

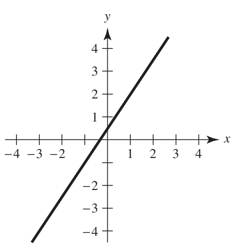
51.



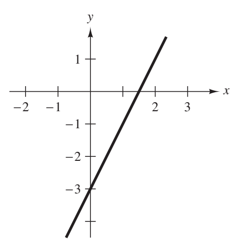
53.



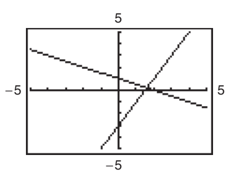
55.



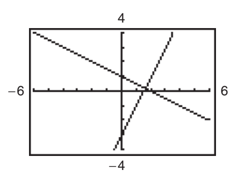
57.



59. *a*)



b)



Las rectas en *a*) no parecen perpendiculares, pero lo son en *b*) debido a que se utiliza una configuración cuadrada. Las rectas son perpendiculares.

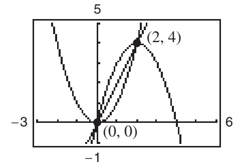
61. *a*) $x + 7 = 0$ *b*) $y + 2 = 0$

63. *a*) $2x - y - 3 = 0$ *b*) $x + 2y - 4 = 0$

65. *a*) $40x - 24y - 9 = 0$ *b*) $24x + 40y - 53 = 0$

67. $V = 250t - 150$ **69.** $V = -1\,600\,t + 30\,000$

71. $y = 2x$



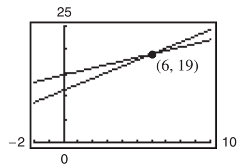
73. No son colineales, porque $m_1 \neq m_2$

75. $\left(0, \dfrac{-a^2 + b^2 + c^2}{2c}\right)$ **77.** $\left(b, \dfrac{a^2 - b^2}{c}\right)$

79. $5F - 9C - 160 = 0$; 72°F ≈ 22.2°C

81. *a*) $W_1 = 14.50 + 0.75x$, $W_2 = 11.20 + 1.30x$

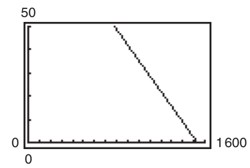
b)



c) Cuando se producen 6 unidades, el salario de ambas opciones es de \$19.00 por hora. Seleccionar la opción 1 si se producen 6 unidades. Seleccionar la opción 2 si se producen más de 6 unidades.

83. *a*) $x = (1\,530 - p)/15$

b)



45 unidades

c) 49 unidades

85. $12y + 5x - 169 = 0$ **87.** 2 **89.** $(5\sqrt{2})/2$ **91.** $2\sqrt{2}$

93. Demostración **95.** Demostración **97.** Demostración **99.** Verdadero

Sección P.3 (página 27)

1. *a*) Dominio de f: $[-4, 4]$; rango de f: $[-3, 5]$
Dominio de g: $[-3, 3]$; rango de g: $[-4, 4]$
b) $f(-2) = -1$; $g(3) = -4$
c) $x = -1$ *d*) $x = 1$ *e*) $x = -1, x = 1$ y $x = 2$

3. *a*) -4 *b*) -25 *c*) $7b - 4$ *d*) $7x - 11$

5. *a*) 5 *b*) 0 *c*) 1 *d*) $4 + 2t - t^2$

7. *a*) 1 *b*) 0 *c*) $-\frac{1}{2}$ **9.** $3x^2 + 3x\,\Delta x + (\Delta x)^2$, $\Delta x \neq 0$

11. $\left(\sqrt{x-1} - x + 1\right)/[(x-2)(x-1)]$
$= -1/\left[\sqrt{x-1}\left(1 + \sqrt{x-1}\right)\right], x \neq 2$

13. Dominio: $(-\infty, \infty)$; rango: $[0, \infty)$

15. Dominio: $[0, \infty)$; rango: $[0, \infty)$

17. Dominio: Todos los números reales t tales que $t \neq 4n + 2$, donde n es un entero; rango: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

19. Dominio: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$; rango: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

21. Dominio: $[0, 1]$

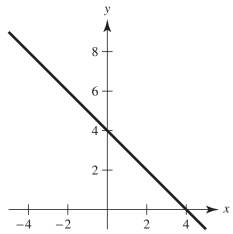
23. Dominio: Todos los números reales x tales que $x \neq 2n\pi$, donde n es un entero

25. Dominio: $(-\infty, -3) \cup (-3, \infty)$

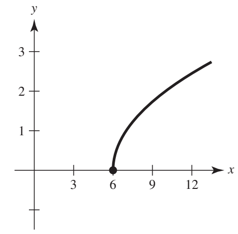
27. *a*) -1 *b*) 2 *c*) 6 *d*) $2t^2 + 4$
Dominio: $(-\infty, \infty)$; rango: $(-\infty, 1) \cup [2, \infty)$

29. *a*) 4 *b*) 0 *c*) -2 *d*) $-b^2$
Dominio: $(-\infty, \infty)$; rango: $(-\infty, 0] \cup [1, \infty)$

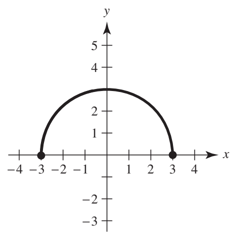
31. $f(x) = 4 - x$
Dominio: $(-\infty, \infty)$
Rango: $(-\infty, \infty)$



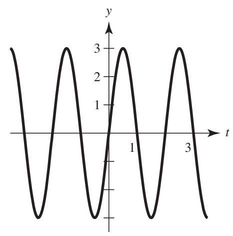
33. $h(x) = \sqrt{x - 6}$
Dominio: $[6, \infty)$
Rango: $[0, \infty)$



35. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$
Dominio: $[-3, 3]$
Rango: $[0, 3]$



37. $g(t) = 3 \text{ sen } \pi t$
Dominio: $(-\infty, \infty)$
Rango: $[-3, 3]$



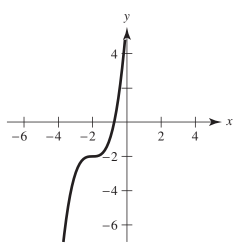
39. El estudiante viaja $\frac{1}{2}$ milla/minuto durante los primeros 4 minutos, se detiene por los siguientes 2 minutos y viaja 1 milla/minuto durante los últimos 4 minutos.

41. y no es una función de x. **43.** y es una función de x.

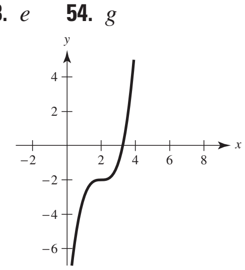
45. y no es una función de x. **47.** y no es una función de x.

49. *d* **50.** *b* **51.** *c* **52.** *a* **53.** *e* **54.** *g*

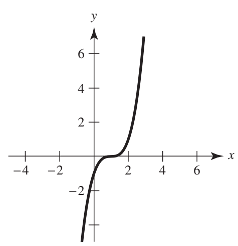
55. *a*)



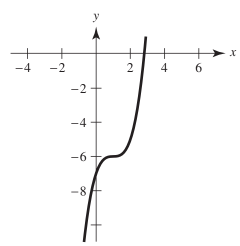
b)



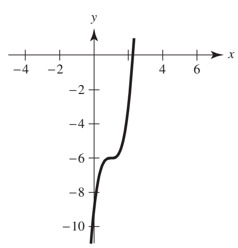
c)



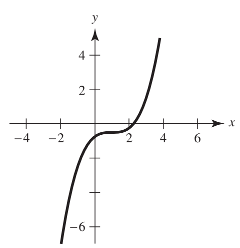
d)



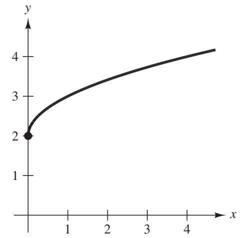
e)



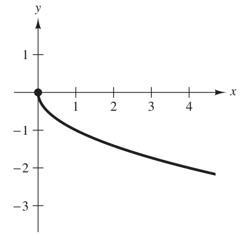
f)



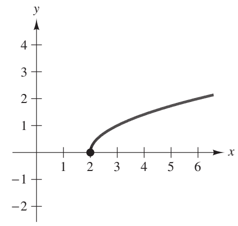
57. *a*) Traslación vertical



b) Reflexión alrededor del eje x



c) Traslación horizontal



59. *a*) 0 *b*) 0 *c*) -1 *d*) $\sqrt{15}$
e) $\sqrt{x^2 - 1}$ *f*) $x - 1 \ (x \geq 0)$

61. $(f \circ g)(x) = x$; dominio: $[0, \infty)$
$(g \circ f)(x) = |x|$; dominio: $(-\infty, \infty)$
No, sus dominios son diferentes.

63. $(f \circ g)(x) = 3/(x^2 - 1)$; dominio: $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$
$(g \circ f)(x) = (9/x^2) - 1$; dominio: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
No

65. *a*) 4 *b*) -2
c) Indefinida. La gráfica de g no existe en $x = -5$.
d) 3 *e*) 2
f) Indefinida. La gráfica de f no existe en $x = -4$.

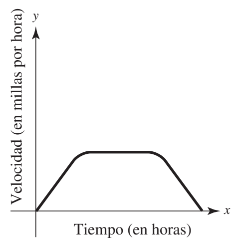
67. Las respuestas varían.
Ejemplo: $f(x) = \sqrt{x}$; $g(x) = x - 2$; $h(x) = 2x$

69. Par **71.** Impar **73.** *a*) $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ *b*) $\left(\frac{3}{2}, -4\right)$

75. f es par. g no es ni par ni impar. h es impar.

77. $f(x) = -5x - 6, -2 \leq x \leq 0$ **79.** $y = -\sqrt{-x}$

81. Las respuestas varían.
Ejemplo de respuesta:

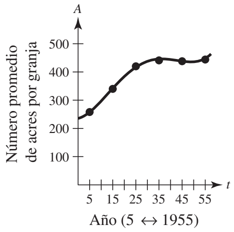


83. Las respuestas varían.
Ejemplo de respuesta:

85. $c = 25$

87. *a*) $T(4) = 16°\text{C}, T(15) \approx 23°\text{C}$
b) Los cambios en la temperatura ocurren 1 hora más tarde.
c) Las temperaturas son 1° más bajas.

89. *a)*



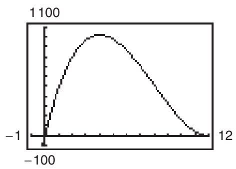
b) $A(20) \approx 384$ acres/granja

91. $f(x) = |x| + |x - 2| = \begin{cases} 2x - 2, & \text{si } x \geq 2 \\ 2, & \text{si } 0 < x < 2 \\ -2x + 2, & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

93. Demostración **95.** Demostración

97. *a)* $V(x) = x(24 - 2x)^2,\ 0 < x < 12$

b)



$4 \times 16 \times 16$ cm

c)

Altura, x	*Longitud y ancho*	*Volumen, V*
1	$24 - 2(1)$	$1[24 - 2(1)]^2 = 484$
2	$24 - 2(2)$	$2[24 - 2(2)]^2 = 800$
3	$24 - 2(3)$	$3[24 - 2(3)]^2 = 972$
4	$24 - 2(4)$	$4[24 - 2(4)]^2 = 1\,024$
5	$24 - 2(5)$	$5[24 - 2(5)]^2 = 980$
6	$24 - 2(6)$	$6[24 - 2(6)]^2 = 864$

Las dimensiones de la caja que proporcionan el volumen máximo son $4 \times 16 \times 16$ cm.

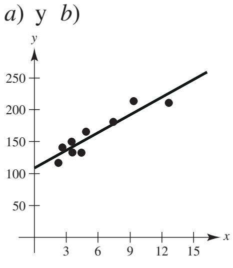
99. Falso. Por ejemplo, si $f(x) = x^2$, entonces $f(-1) = f(1)$.

101. Verdadero **103.** Problema Putnam A1, 1988

Sección P.4 (página 34)

1. Trigonométrica **3.** Sin relación

5. *a)* y *b)*

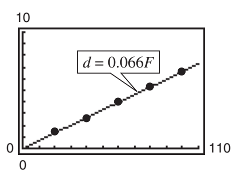


Lineal aproximadamente

c) 136

7. *a)* $d = 0.066F$

b)

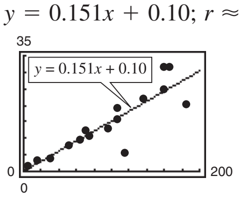


El modelo ajusta bien.

c) 3.63 cm

9. *a)* $y = 0.151x + 0.10;\ r \approx 0.880$

b)

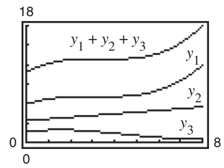


c) Un mayor consumo de energía per cápita en un país tiende a estar relacionado con un mayor producto interno bruto per cápita. Los cuatro países que más difieren del modelo lineal son Venezuela, Corea del Sur, Hong Kong y Reino Unido.

d) $y = 0.155x + 0.22;\ r \approx 0.984$

11. *a)* $y_1 = 0.04040t^3 - 0.3695t^2 + 1.123t + 5.88$
$y_2 = 0.264t + 3.35$
$y_3 = 0.01439t^3 - 0.1886t^2 + 0.476t + 1.59$

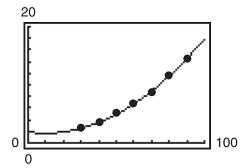
b) $y_1 + y_2 + y_3 = 0.05479t^3 - 0.5581t^2 + 1.863t + 10.82$



Alrededor de 47.5 centavos/milla

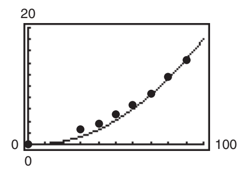
13. *a)* $t = 0.002s^2 - 0.04s + 1.9$

b)



c) De acuerdo con el modelo, los tiempos requeridos para alcanzar velocidades menores de 20 millas por hora son todos casi los mismos.

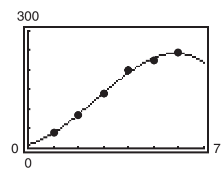
d) $t = 0.002s^2 + 0.02s + 0.1$



e) No. De la gráfica en el apartado *b)* se observa que el modelo del apartado *a)* se acerca a los datos más que el modelo mostrado en *d)*.

15. *a)* $y = -1.806x^3 + 14.58x^2 + 16.4x + 10$

b)

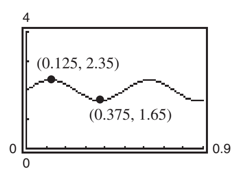


c) 214 hp

17. *a)* Sí. Al tiempo t hay uno y solo un desplazamiento y.

b) Amplitud: 0.35; periodo: 0.5 *c)* $y = 0.35\ \text{sen}(4\pi t) + 2$

d)



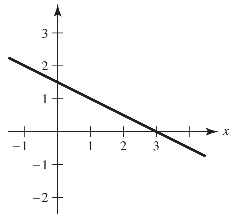
El modelo parece ajustarse bien a los datos.

19. Las respuestas varían. **21.** Problema Putnam A2, 2004

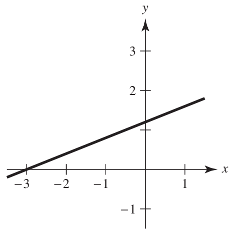
Ejercicios de repaso para el capítulo P (página 37)

1. $\left(\frac{8}{5}, 0\right), (0, -8)$ **3.** $(3, 0), \left(0, \frac{3}{4}\right)$ **5.** Simetría respecto al eje y

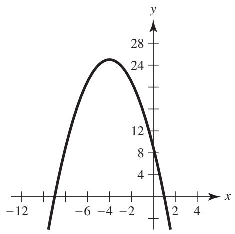
7.



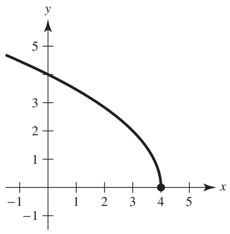
9.



11.



13.

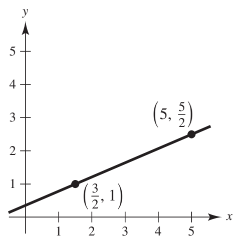


15.

Xmín = –5
Xmáx = 5
Xscl = 1
Ymín = –30
Ymáx = 10
Yscl = 5

17. $(-2, 3)$ **19.** $y = x^3 - 16x$

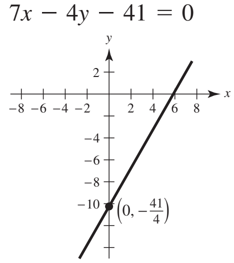
21.



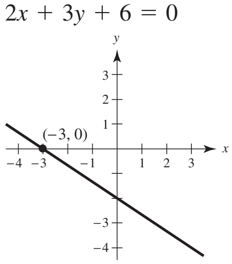
$m = \frac{3}{7}$

23. $t = \frac{1}{5}$

25. $y = \frac{7}{4}x - \frac{41}{4}$ o
$7x - 4y - 41 = 0$



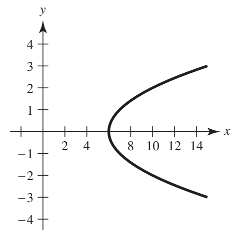
27. $y = -\frac{2}{3}x - 2$ o
$2x + 3y + 6 = 0$



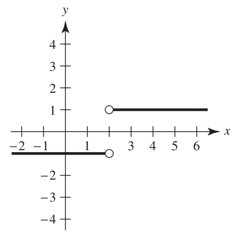
29. *a)* $7x - 16y + 101 = 0$ *b)* $5x - 3y + 30 = 0$
c) $5x + 3y = 0$ *d)* $x + 3 = 0$

31. $V = 12\,500 - 850t$; \$9 950

33. No es función



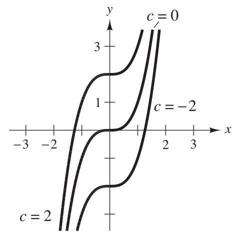
35. Es función



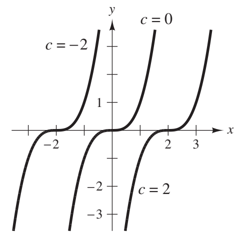
37. *a)* Indefinida *b)* $-1/(1 + \Delta x), \Delta x \neq 0, -1$

39. *a)* Dominio: $[-6, 6]$; rango: $[0, 6]$
b) Dominio: $(-\infty, 5) \cup (5, \infty)$; rango: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
c) Dominio: $(-\infty, \infty)$; rango: $(-\infty, \infty)$

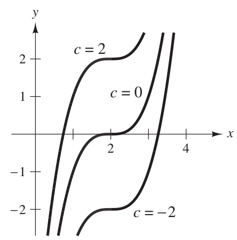
41. *a)*



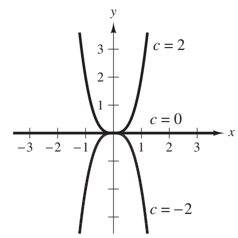
b)



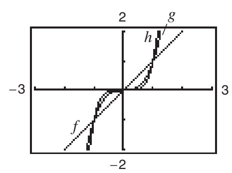
c)

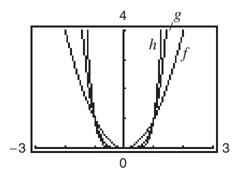


d)



43. *a)*

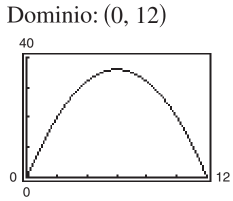




Todas las gráficas pasan por el origen. Las gráficas de potencias impares de x son simétricas con respecto al origen y las gráficas de potencias pares de x son simétricas con respecto al eje y. Conforme las potencias se incrementan las gráficas se hacen más planas en el intervalo $-1 < x < 1$. Las gráficas de estas ecuaciones con potencias pares se extienden en los cuadrantes I y II.

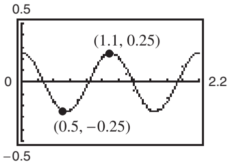
b) La gráfica de $y = x^7$ debe pasar por el origen y por los cuadrantes I y III. Debe ser simétrica con respecto al origen y bastante plana en el intervalo (–1, 1). La gráfica $y = x^8$ debe pasar por el origen y por los cuadrantes I y II. Debe ser simétrica con respecto al eje y bastante plana en el intervalo (–1, 1).

45. *a)* $A = x(12 - x)$
b) Dominio: (0, 12)



c) Área máxima:
36 pulg^2; 6×6 pulg.

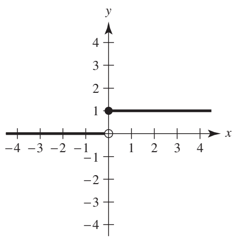
47. *a*) Grado mínimo: 3; coeficiente dominante: negativo
b) Grado mínimo: 4; coeficiente dominante: positivo
c) Grado mínimo: 2; coeficiente dominante: negativo
d) Grado mínimo: 5; coeficiente dominante: positivo

49. *a*) Sí. A cada tiempo t le corresponde uno y sólo un desplazamiento y.
b) Amplitud: 0.25; Periodo: 1.1 *c*) $y \approx \frac{1}{4}\cos(5.7t)$
d)


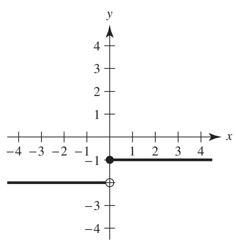
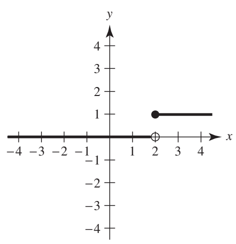
El modelo parece ajustarse a los datos.

SP Solución de problemas (página 39)

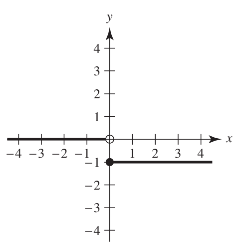
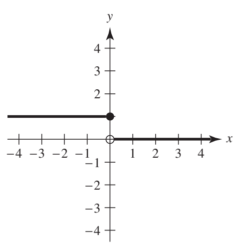
1. *a*) Centro: (3, 4); radio: 5
b) $y = -\frac{3}{4}x$ *c*) $y = \frac{3}{4}x - \frac{9}{2}$ *d*) $\left(3, -\frac{9}{4}\right)$

3.


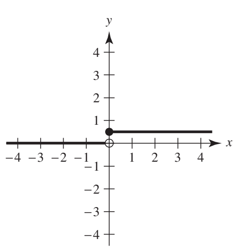
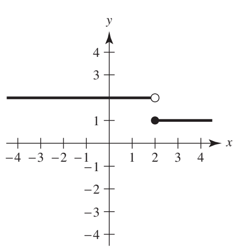
a) $H(x) - 2 = \begin{cases} -1, & x \geq 0 \\ -2, & x < 0 \end{cases}$ *b*) $H(x-2) = \begin{cases} 1, & x \geq 2 \\ 0, & x < 2 \end{cases}$

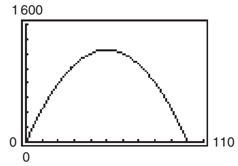



c) $-H(x) = \begin{cases} -1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ *d*) $H(-x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$

e) $\frac{1}{2}H(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ *f*) $-H(x-2) + 2 = \begin{cases} 1, & x \geq 2 \\ 2, & x < 2 \end{cases}$

5. *a*) $A(x) = x[(100 - x)/2]$; Dominio: (0, 100)
b)


Las dimensiones de 50 m × 25 m dan el área máxima de 1 250 m².
c) 50 m × 25 m; Área = 1 250 m²

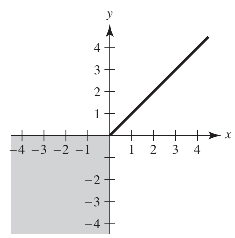
7. $T(x) = \left[2\sqrt{4 + x^2} + \sqrt{(3 - x)^2 + 1}\right]/4$

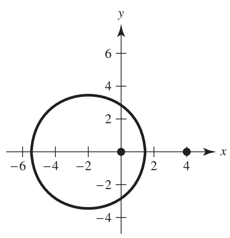
9. *a*) 5, menor *b*) 3, mayor *c*) 4.1, menor
d) $4 + h$ *e*) 4; las respuestas varían.

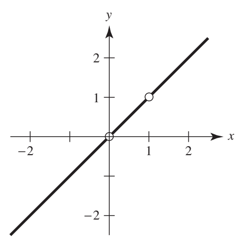
11. Al utilizar la definición de valor absoluto, se puede reescribir la ecuación como

$$\begin{cases} 2y, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} 2x, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}.$$

Para $x > 0$ y $y > 0$, se tiene $2y = 2x \rightarrow y = x$. Para cualquier $x \leq 0$, y se tiene $y \leq 0$. De esta manera, la gráfica de $y + |y| = x + |x|$ es como sigue.



13. *a*) $\left(x + \dfrac{4}{k-1}\right)^2 + y^2 = \dfrac{16k}{(k-1)^2}$
b)

c) Conforme k se hace muy grande $\dfrac{4}{k-1} \rightarrow 0$ y $\dfrac{16k}{(k-1)^2} \rightarrow 0$.
El centro del círculo se acerca a (0, 0), y su radio se aproxima a 0.

15. *a*) Dominio: $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$; rango: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
b) $f(f(x)) = \dfrac{x-1}{x}$
Dominio: $(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, \infty)$
c) $f(f(f(x))) = x$
Dominio: $(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, \infty)$
d)

La gráfica no es un recta porque tiene huecos en $x = 0$ y $x = 1$.

Capítulo 1

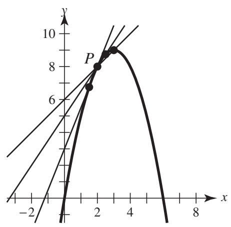
Sección 1.1 (página 47)

1. Al aplicar precálculo: 300 pies

3. Al aplicar cálculo: la pendiente de la recta tangente en $x = 2$ es 0.16.

5. *a)* Al aplicar precálculo: 10 unidades cuadradas
b) Cálculo: 5 unidades cuadradas

7. *a)*



b) $1; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}$ *c)* 2. Utilizar puntos cercanos a *P*.

9. *a)* Área ≈ 10.417; Área ≈ 9.145 *b)* Utilizar más rectángulos.

11. *a)* 5.66 *b)* 6.11 *c)* Aumentar el número de segmentos.

Sección 1.2 (página 54)

1.

x	3.9	3.99	3.999	4.001	4.01	4.1
$f(x)$	0.2041	0.2004	0.2000	0.2000	0.1996	0.1961

$$\lim_{x\to 4} \frac{x-4}{x^2-3x-4} \approx 0.2000 \left(\text{El límite real es } \frac{1}{5}.\right)$$

3.

x	−0.1	−0.01	−0.001	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	0.2050	0.2042	0.2041	0.2041	0.2040	0.2033

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+6}-\sqrt{6}}{x} \approx 0.2041 \left(\text{El límite real es } \frac{1}{2\sqrt{6}}.\right)$$

5.

x	2.9	2.99	2.999
$f(x)$	−0.0641	−0.0627	−0.0625

x	3.001	3.01	3.1
$f(x)$	−0.0625	−0.0623	−0.0610

$$\lim_{x\to 3} \frac{[1/(x+1)]-(1/4)}{x-3} \approx -0.0625 \left(\text{El límite real es } -\frac{1}{16}.\right)$$

7.

x	−0.1	−0.01	−0.001
$f(x)$	0.9983	0.99998	1.0000

x	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	1.0000	0.99998	0.9983

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} \approx 1.0000 \text{ (El límite real es 1.)}$$

9.

x	0.9	0.99	0.999	1.001	1.01	1.1
$f(x)$	0.2564	0.2506	0.2501	0.2499	0.2494	0.2439

$$\lim_{x\to 1} \frac{x-2}{x^2+x-6} \approx 0.2500 \left(\text{El límite real es } \frac{1}{4}.\right)$$

11.

x	0.9	0.99	0.999	1.001	1.01	1.1
$f(x)$	0.7340	0.6733	0.6673	0.6660	0.6600	0.6015

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^4-1}{x^6-1} \approx 0.6666 \left(\text{El límite real es } \frac{2}{3}.\right)$$

13.

x	−0.1	−0.01	−0.001	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	1.9867	1.9999	2.0000	2.0000	1.9999	1.9867

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} 2x}{x} \approx 2.0000 \text{ (El límite real es 2.)}$$

15. 1 **17.** 2

19. No existe el límite. La función tiende a 1 por la derecha de 2 pero tiende a −1 por la izquierda de 2.

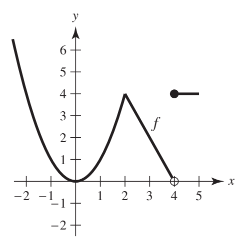
21. 0

23. No existe el límite. Cuando x tiende a 0, la función oscila entre 1 y −1.

25. *a)* 2
b) No existe el límite. La función tiende a 1 por la derecha de 1 pero tiende a 3.5 por la izquierda de 1.
c) No existe el valor. La función no está definida en $x = 4$.
d) 2

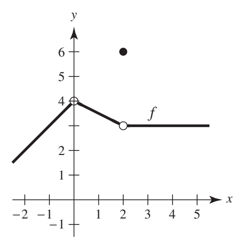
27. $\lim_{x\to c} f(x)$ existe en todos los puntos de la gráfica excepto en $c = -3$.

29.

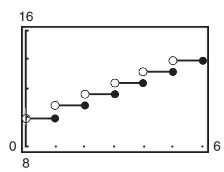


$\lim_{x\to c} f(x)$ existe en todos los puntos de la gráfica excepto en $c = 4$.

31.



33. *a)*



b)

t	3	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	4
C	11.57	12.36	12.36	12.36	12.36	12.36	12.36

$\lim_{t \to 3.5} C(t) = 12.36$

c)

t	2	2.5	2.9	3	3.1	3.5	4
C	10.78	11.57	11.57	11.57	12.36	12.36	12.36

No existe el límite porque los límites por la derecha y por la izquierda son diferentes.

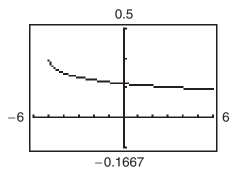
35. $\delta = 0.4$ **37.** $\delta = \frac{1}{11} \approx 0.091$

39. $L = 8$. Con $\delta = 0.01/3 \approx 0.0033$.

41. $L = 1$. Con $\delta = 0.01/5 = 0.002$.

43. 6 **45.** -3 **47.** 3 **49.** 0 **51.** 10 **53.** 2 **55.** 4

57.

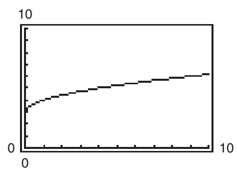


$\lim_{x \to 4} f(x) = \frac{1}{6}$

Dominio: $[-5, 4) \cup (4, \infty)$

La gráfica tiene un hueco en $x = 4$.

59.



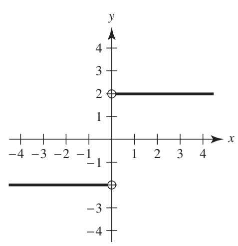
$\lim_{x \to 9} f(x) = 6$

Dominio: $[0, 9) \cup (9, \infty)$

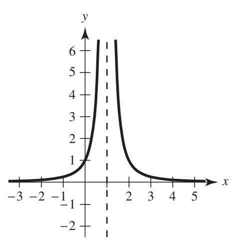
La gráfica tiene un hueco en $x = 9$.

61. Las respuestas varían. Ejemplo de respuesta: cuando x tiende a 8 por cualquier lado, $f(x)$ se acerca arbitrariamente a 25.

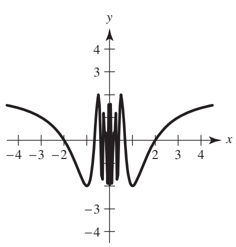
63. *i*) Los valores de f se aproximan a diferentes números cuando x tiende a c por diferentes lados de c.



ii) Los valores de f crecen o decrecen indefinidamente cuando x tiende a c.



iii) Los valores de f oscilan entre dos números fijos cuando x tiende a c.



65. *a*) $r = \dfrac{3}{\pi} \approx 0.9549$ cm

b) $\dfrac{5.5}{2\pi} \le r \le \dfrac{6.5}{2\pi}$, o aproximadamente $0.8754 < r < 1.0345$

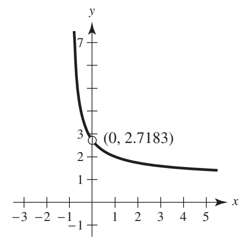
(c) $\lim_{r \to 3/\pi} 2\pi r = 6$; $\varepsilon = 0.5$; $\delta \approx 0.0796$

67.

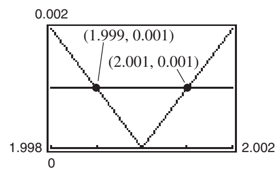
x	-0.001	-0.0001	-0.00001
$f(x)$	2.7196	2.7184	2.7183

x	0.00001	0.0001	0.001
$f(x)$	2.7183	2.7181	2.7169

$\lim_{x \to 0} f(x) \approx 2.7183$



69.



$\delta = 0.001$

$(1.999, 2.001)$

71. Falso. La existencia o no existencia de $f(x)$ en $x = c$ no influye en la existencia del límite de $f(x)$ cuando $x \to c$.

73. Falso. Ver el ejercicio 17.

75. Sí. Cuando x tiende a 0.25 por cualquiera de los lados, $\sqrt{x}$ se acerca arbitrariamente a 0.5.

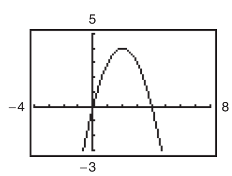
77. $\lim_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sen} nx}{x} = n$

79 a 81. Demostraciones. **83.** Las respuestas varían.

85. Problema Putnam B1, 1986.

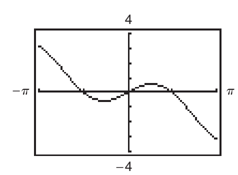
Sección 1.3 (página 67)

1.



a) 0 *b*) -5

3.



a) 0 *b*) ≈ 0.52 o $\pi/6$

5. 8 **7.** -1 **9.** 0 **11.** 7 **13.** 2 **15.** 1

17. 1/2 **19.** 1/5 **21.** 7 **23.** *a*) 4 *b*) 64 *c*) 64

25. *a*) 3 *b*) 2 *c*) 2 **27.** 1 **29.** 1/2 **31.** 1

33. 1/2 **35.** -1 **37.** *a*) 10 *b*) 5 *c*) 6 *d*) 3/2

39. *a*) 64 *b*) 2 *c*) 12 *d*) 8

41. *a*) -1 *b*) -2

$g(x) = \dfrac{x^2 - x}{x}$ y $f(x) = x - 1$ coinciden excepto en $x = 0$.

43. *a*) 2 *b*) 0

$g(x) = \dfrac{x^3 - x}{x - 1}$ y $f(x) = x^2 + x$ coinciden excepto en $x = 1$.

45. -2

$f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x + 1}$ y $g(x) = x - 1$ coinciden excepto en $x = -1$.

47. 12

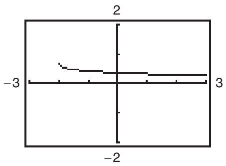
$f(x) = \dfrac{x^3 - 8}{x - 2}$ y $g(x) = x^2 + 2x + 4$ coinciden excepto en $x = 2$.

49. -1 **51.** $1/8$ **53.** $5/6$ **55.** $1/6$ **57.** $\sqrt{5}/10$

59. $-1/9$ **61.** 2 **63.** $2x - 2$

65. $1/5$ **67.** 0 **69.** 0 **71.** 0 **73.** 1 **75.** $3/2$

77.



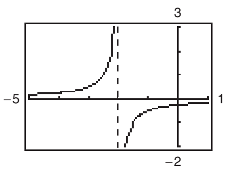
La gráfica tiene un hueco en $x = 0$.

Las respuestas varían. Ejemplo:

x	-0.1	-0.01	-0.001	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	0.358	0.354	0.354	0.354	0.353	0.349

$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x} \approx 0.354 \left(\text{El límite real es } \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.\right)$

79.



La gráfica tiene un hueco en $x = 0$.

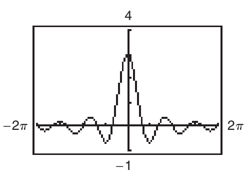
Las respuestas varían. Ejemplo:

x	-0.1	-0.01	-0.001
$f(x)$	-0.263	-0.251	-0.250

x	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	-0.250	-0.249	-0.238

$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{[1/(2+x)] - (1/2)}{x} \approx -0.250 \left(\text{El límite real es } -\frac{1}{4}.\right)$

81.



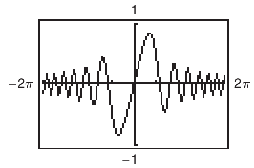
La gráfica tiene un hueco en $t = 0$.

Las respuestas varían. Ejemplo:

t	-0.1	-0.01	0	0.01	0.1
$f(t)$	2.96	2.9996	?	2.9996	2.96

$\displaystyle\lim_{t\to 0} \frac{\operatorname{sen} 3t}{t} = 3$

83.



La gráfica tiene un hueco en $x = 0$.

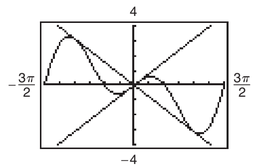
Las respuestas varían. Ejemplo:

x	-0.1	-0.01	-0.001	0	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	-0.1	-0.01	-0.001	?	0.001	0.01	0.1

$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x^2}{x} = 0$

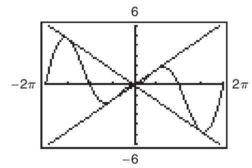
85. 3 **87.** $-1/(x+3)^2$ **89.** 4

91.



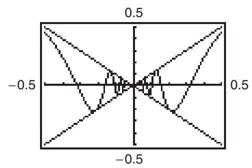
0

93.



0

95.



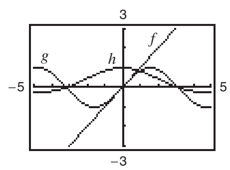
0

La gráfica tiene un hueco en $x = 0$.

97. f y g coinciden en todos los puntos, excepto en uno si c es un número real tal que $f(x) = g(x)$ para todo $x \neq c$.

99. Se obtiene una indeterminación cuando al evaluar un límite empleando sustitución directa se produce una fracción que no tiene significado, como $\frac{0}{0}$.

101.



Las magnitudes de $f(x)$ y $g(x)$ son aproximadamente iguales cuando x se encuentra cercana a 0. Por tanto, su relación es de 1 aproximadamente.

103. -64 pies/s (velocidad = 64 pies/s) **105.** -29.4 m/s

107. Sea $f(x) = 1/x$ y $g(x) = -1/x$.

$\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x)$ y $\displaystyle\lim_{x\to 0} g(x)$ no existen. Sin embargo,

$$\lim_{x\to 0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x\to 0} \left[\frac{1}{x} + \left(-\frac{1}{x}\right)\right] = \lim_{x\to 0} 0 = 0$$

y por tanto existe.

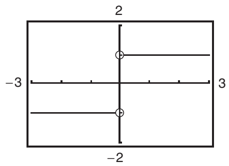
109 a 113. Demostraciones

115. Sea $f(x) = \begin{cases} 4, & \text{si } x \geq 0 \\ -4, & \text{si } x < 0 \end{cases}$

$\displaystyle\lim_{x\to 0} |f(x)| = \lim_{x\to 0} 4 = 4$

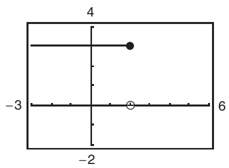
$\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x)$ no existe porque para $x < 0$, $f(x) = -4$ y para $x \geq 0$, $f(x) = 4$.

117. Falso. No existe el límite porque de la función tiende a 1 por la derecha de 0 y a -1 por la izquierda de 0. (Observar la siguiente gráfica.)



119. Verdadero.

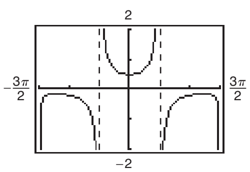
121. Falso. No existe el límite porque la función $f(x)$ tiende a 3 por la izquierda de 2 y a 0 por la derecha de 2. (Observar la siguiente gráfica.)



123. Demostración.

125. *a*) Todos los valores $x \neq 0, \dfrac{\pi}{2} + n\pi$

b)



El dominio no es obvio. El hueco en $x = 0$ no se ve de manera clara en la gráfica.

c) $\dfrac{1}{2}$ *d*) $\dfrac{1}{2}$

127. La calculadora no fue seleccionada en el modo de radianes.

Sección 1.4 (página 78)

1. *a*) 3 *b*) 3 *c*) 3; $f(x)$ es continua sobre $(-\infty, \infty)$.

3. *a*) 0 *b*) 0 *c*) 0; Discontinua en $x = 3$

5. *a*) -3 *b*) 3 *c*) No existe el límite.
Discontinua en $x = 2$

7. $\frac{1}{16}$ **9.** $\frac{1}{10}$

11. No existe el límite. La función decrece indefinidamente cuando x tiende a -3 por la izquierda.

13. -1 **15.** $-1/x^2$ **17.** $5/2$ **19.** 2

21. No existe el límite. La función decrece indefinidamente cuando x tiende a π por la izquierda y crece indefinidamente cuando x tiende a π por la derecha.

23. 8

25. No existe el límite. La función tiende a 5 por la izquierda de 3 pero tiende a 6 por la derecha de 3.

27. Discontinua en $x = \pm 2$

29. Discontinua en todos los enteros

31. Continua en $[-7, 7]$ **33.** Continua en $[-1, 4]$

35. Discontinuidad no removible en $x = 0$

37. Continua para todo número real x

39. Discontinuidades no removibles en $x = \pm 2$

41. Continua para todo número real x

43. Discontinuidad no removible en $x = 1$
Discontinuidad removible en $x = 0$

45. Continua para todo número real x

47. Discontinuidad removible en $x = -2$
Discontinuidad no removible en $x = 5$

49. Discontinuidad no removible en $x = -7$

51. Continua para todo número real x

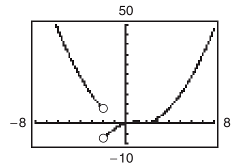
53. Discontinuidad no removible en $x = 2$

55. Continua para todo número real x

57. Discontinuidades no removibles en los múltiplos enteros de $\pi/2$

59. Discontinuidad no removible en todo entero

61.



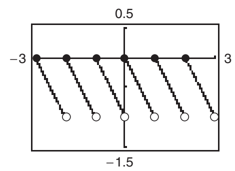
$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$
$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$
Discontinuidad en $x = -2$

63. $a = 7$ **65.** $a = 2$ **67.** $a = -1,\ b = 1$

69. Continua para todo número real x

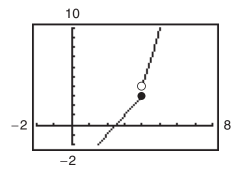
71. Discontinuidades no removibles en $x = \pm 1$

73.



Discontinuidad no removible en todo entero

75.

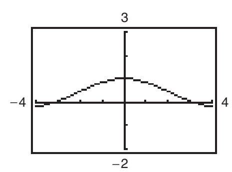


Discontinuidad no removible en $x = 4$

77. Continua en $(-\infty, \infty)$

79. Continua en los intervalos abiertos . . . $(-6, -2)$, $(-2, 2)$, $(2, 6)$, . . .

81.



La gráfica tiene un hueco en $x = 0$. La gráfica parece continua, pero la función no es continua en $[-4, 4]$. A partir de la gráfica no resulta evidente que la función tiene una discontinuidad en $x = 0$.

83. Puesto que $f(x)$ es continua en el intervalo $[1, 2]$ y $f(1) = 37/12$ y $f(2) = -8/3$, por el teorema del valor intermedio existe un número real c en $[1, 2]$ tal que $f(c) = 0$.

85. Puesto que $f(x)$ es continua en el intervalo $[0, \pi]$ y $f(0) = -3$ y $f(\pi) \approx 8.87$, por el teorema del valor intermedio existe un número real c en $[0, \pi]$ tal que $f(c) = 0$.

87. 0.68, 0.6823 **89.** 0.56, 0.5636

91. $f(3) = 11$ **93.** $f(2) = 4$

95. *a*) El límite no existe en $x = c$.
b) La función no está definida en $x = c$.
c) El límite existe, pero no es igual al valor de la función en $x = c$.
d) El límite no existe en $x = c$.

97. Si f y g son continuas para todos los números reales entonces también lo es $f + g$ (teorema 1.11, parte 2). Sin embargo, f/g podría no ser continua si $g(x) = 0$. Por ejemplo, sean $f(x) = x$ y $g(x) = x^2 - 1$. Se cumple que f y g son continuas para todos los números reales, pero f/g no es continua en $x = \pm 1$.

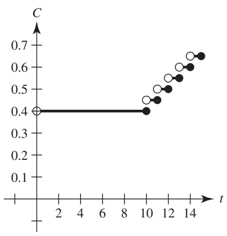
99. Verdadero

101. Falso. Una función racional se puede escribir como $P(x)/Q(x)$, donde P y Q son polinomios de grado m y n, respectivamente. Puede tener a lo más n discontinuidades.

103. $\lim\limits_{t\to 4^-} f(t) \approx 28$; $\lim\limits_{t\to 4^+} f(t) \approx 56$

Al final del día 3 la cantidad de cloro en la piscina es de 28 onzas, aproximadamente. Al comienzo del día 4, la cantidad de cloro en la piscina es de 56 onzas, aproximadamente.

105. $C = \begin{cases} 0.40, & 0 < t \le 10 \\ 0.40 + 0.05[\![t - 9]\!], & t > 10, t \text{ no es un entero} \\ 0.40 + 0.05(t - 10), & t > 10, t \text{ es un entero} \end{cases}$

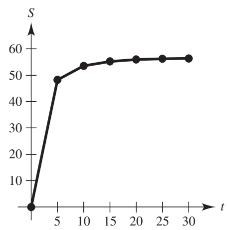


Hay una discontinuidad no removible en cada entero mayor o igual que 10.

107 a 109. Demostraciones

111. Las respuestas varían.

113. *a*)

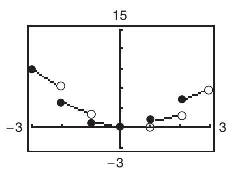


b) Al parecer existe una velocidad límite, posiblemente debido a la resistencia del aire.

115. $c = \left(-1 \pm \sqrt{5}\right)/2$

117. Dominio: $[-c^2, 0) \cup (0, \infty)$; Sea $f(0) = 1/(2c)$

119. $h(x)$ tiene una discontinuidad no removible en todo número entero, excepto en 0.



121. Problema Putnam B2, 1988

Sección 1.5 (página 88)

1. $\lim\limits_{x\to 4^+} \dfrac{1}{x-4} = \infty$, $\lim\limits_{x\to 4^-} \dfrac{1}{x-4} = -\infty$

3. $\lim\limits_{x\to 4^+} \dfrac{1}{(x-4)^2} = \infty$, $\lim\limits_{x\to 4^-} \dfrac{1}{(x-4)^2} = \infty$

5. $\lim\limits_{x\to -2^+} 2\left|\dfrac{x}{x^2-4}\right| = \infty$, $\lim\limits_{x\to -2^-} 2\left|\dfrac{x}{x^2-4}\right| = \infty$

7. $\lim\limits_{x\to -2^+} \tan(\pi x/4) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^-} \tan(\pi x/4) = \infty$

9.

x	-3.5	-3.1	-3.01	-3.001
$f(x)$	0.31	1.64	16.6	167

x	-2.999	-2.99	-2.9	-2.5
$f(x)$	-167	-16.7	-1.69	-0.36

$\lim\limits_{x\to -3^+} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x\to -3^-} f(x) = \infty$

11.

x	-3.5	-3.1	-3.01	-3.001
$f(x)$	3.8	16	151	1 501

x	-2.999	-2.99	-2.9	-2.5
$f(x)$	$-1\,499$	-149	-14	-2.3

$\lim\limits_{x\to -3^+} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x\to -3^-} f(x) = \infty$

13. $x = 0$ **15.** $x = \pm 2$ **17.** No hay asíntota vertical.

19. $x = 2$, $x = -1$ **21.** $t = 0$ **23.** $x = -2, x = 1$

25. No hay asíntota vertical. **27.** No hay asíntota vertical.

29. $x = \frac{1}{2} + n$, n es un entero.

31. $t = n\pi$, n es un entero no cero.

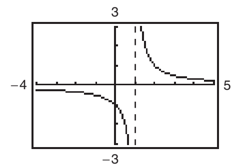
33. Discontinuidad no removible en $x = -1$

35. Asíntota vertical en $x = -1$ **37.** ∞ **39.** ∞

41. ∞ **43.** $-\frac{1}{5}$ **45.** $\frac{1}{2}$ **47.** $-\infty$ **49.** ∞ **51.** 0

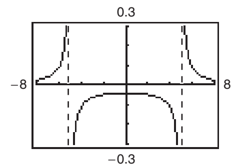
53. El límite no existe.

55.



$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \infty$

57.

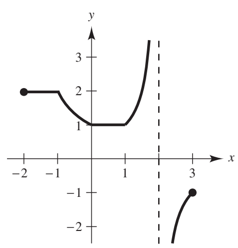


$\lim\limits_{x\to 5^-} f(x) = -\infty$

59. Las respuestas varían.

61. Las respuestas varían. Ejemplo: $f(x) = \dfrac{x-3}{x^2 - 4x - 12}$

63.



65. ∞

67. *a*) $\frac{1}{3}(200\pi)$ pies/s

b) 200π pies/s

c) $\lim\limits_{\theta\to(\pi/2)^-} [50\pi \sec^2 \theta] = \infty$

69. *a*) Dominio: $x > 25$

b)

x	30	40	50	60
y	150	66.667	50	42.857

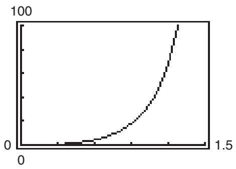
c) $\lim\limits_{x\to 25^+} \dfrac{25x}{x-25} = \infty$

Entre más se acerca x a las 25 millas/hora, más crece y.

71. *a)* $A = 50 \tan \theta - 50\theta$; Dominio: $(0, \pi/2)$

b)

θ	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5
$f(\theta)$	0.47	4.21	18.0	68.6	630.1



c) $\lim\limits_{\theta \to \pi/2^-} A = \infty$

73. Falso; sea $f(x) = (x^2 - 1)/(x - 1)$

75. Falso; sea $f(x) = \tan x$

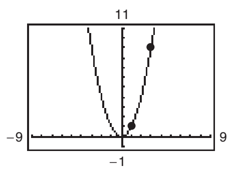
77. Sea $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ y $g(x) = \dfrac{1}{x^4}$, y sea $c = 0$. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x^2} = \infty$ y $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x^4} = \infty$, pero $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{x^4}\right) = \lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{x^2 - 1}{x^4}\right) = -\infty \neq 0$.

79. Dado $\lim\limits_{x \to c} f(x) = \infty$, sea $g(x) = 1$. Entonces por el teorema 1.15 se tiene $\lim\limits_{x \to c} \dfrac{g(x)}{f(x)} = 0$.

81. Las respuestas varían.

Ejercicios de repaso para el capítulo 1 (página 91)

1. Al aplicar cálculo Estimación: 8.3



3.

x	-0.1	-0.01	-0.001
$f(x)$	-1.0526	-1.0050	-1.0005

x	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	-0.9995	-0.9950	-0.9524

La estimación del límite de $f(x)$, cuando x tiende a cero, es -1.00.

5. 5; Demostración **7.** -3; Demostración **9.** *a)* 4 *b)* 5 **11.** 16

13. $\sqrt{6} \approx 2.45$ **15.** $-\frac{1}{4}$ **17.** $\frac{1}{2}$ **19.** -1 **21.** 75

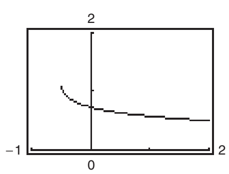
23. 0 **25.** $\sqrt{3}/2$ **27.** $-\frac{1}{2}$ **29.** $\frac{7}{12}$

31. *a)*

x	1.1	1.01	1.001	1.0001
$f(x)$	0.5680	0.5764	0.5773	0.5773

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) \approx 0.5773$

b)



La gráfica tiene un hueco en $x = 1$.
$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) \approx 0.5774$

c) $\sqrt{3}/3$

33. -39.2 m/s **35.** -1 **37.** 0

39. No existe el límite. El límite cuando t tiende a 1 por la izquierda es 2, mientras que el límite cuando t tiende a 1 por la derecha es 1.

41. Continua para todo número real x

43. Discontinuidad no removible en todo número entero
Continua en $(k, k + 1)$ para todo entero k

45. Discontinuidad removible en $x = 1$
Continua en $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$

47. Discontinuidad no removible en $x = 2$
Continua en $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

49. Discontinuidad no removible en $x = -1$
Continua en $(-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$

51. Discontinuidad no removible en todo número entero par
Continua en $(2k, 2k + 2)$ para todo entero k

53. $c = -\frac{1}{2}$ **55.** Demostración

57. *a)* -4 *b)* 4 *c)* No existe el límite.

59. $x = 0$ **61.** $x = 10$ **63.** $-\infty$ **65.** $\frac{1}{3}$

67. $-\infty$ **69.** $-\infty$ **71.** $\frac{4}{5}$ **73.** ∞

75. *a)* \$14 117.65 *b)* \$80 000.00 *c)* \$720 000.00 *d)* ∞

SP Solución de problemas (página 93)

1. *a)* Perímetro $\triangle PAO = 1 + \sqrt{(x^2 - 1)^2 + x^2} + \sqrt{x^4 + x^2}$
Perímetro $\triangle PBO = 1 + \sqrt{x^4 + (x - 1)^2} + \sqrt{x^4 + x^2}$

b)

x	4	2	1
Perímetro $\triangle PAO$	33.0166	9.0777	3.4142
Perímetro $\triangle PBO$	33.7712	9.5952	3.4142
$r(x)$	0.9777	0.9461	1.0000

x	0.1	0.01
Perímetro $\triangle PAO$	2.0955	2.0100
Perímetro $\triangle PBO$	2.0006	2.0000
$r(x)$	1.0475	1.0050

c) 1

3. *a)* Área (hexágono) $= (3\sqrt{3})/2 \approx 2.5981$
Área (círculo) $= \pi \approx 3.1416$
Área (círculo) $-$ Área (hexágono) ≈ 0.5435

b) $A_n = (n/2) \operatorname{sen}(2\pi/n)$

c)

n	6	12	24	48	96
A_n	2.5981	3.0000	3.1058	3.1326	3.1394

d) 3.1416 o π

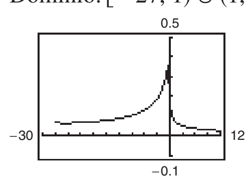
5. *a)* $m = -\frac{12}{5}$ *b)* $y = \frac{5}{12}x - \frac{169}{12}$

c) $m_x = \dfrac{-\sqrt{169 - x^2} + 12}{x - 5}$

d) $\frac{5}{12}$; Es igual a la pendiente de la recta encontrada en *b*).

7. *a)* Dominio: $[-27, 1) \cup (1, \infty)$

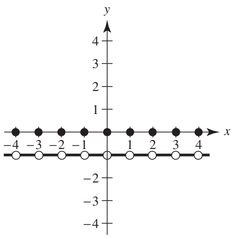
b)



La gráfica tiene un hueco en $x = 1$.

c) $\frac{1}{14}$ *d)* $\frac{1}{12}$

9. *a)* g_1, g_4 *b)* g_1 *c)* g_1, g_3, g_4

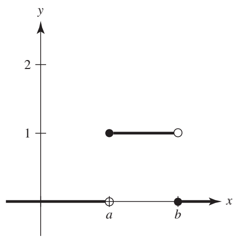
11. 

La gráfica tiene un salto en cada número entero.

a) $f(1) = 0,\ f(0) = 0,\ f\left(\frac{1}{2}\right) = -1,\ f(-2.7) = -1$

b) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -1,\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -1,\ \lim\limits_{x\to 1/2} f(x) = -1$

c) Existe una discontinuidad en cada entero.

13. *a)* 

b) *i)* $\lim\limits_{x\to a^+} P_{a,b}(x) = 1$

ii) $\lim\limits_{x\to a^-} P_{a,b}(x) = 0$

iii) $\lim\limits_{x\to b^+} P_{a,b}(x) = 0$

iv) $\lim\limits_{x\to b^-} P_{a,b}(x) = 1$

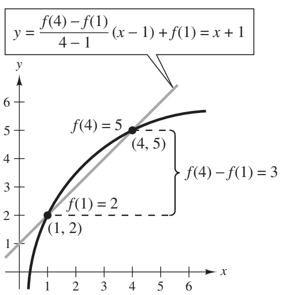
c) Continua para todos los números reales positivos excepto *a* y *b*.

d) El área bajo la gráfica de *U* y por arriba del eje *x* tiene un valor de 1.

Capítulo 2

Sección 2.1 (página 103)

1. *a)* $m_1 = 0, m_2 = 5/2$ *b)* $m_1 = -5/2, m_2 = 2$

3. 

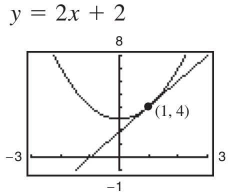
5. $m = -5$ **7.** $m = 4$

9. $m = 3$ **11.** $f'(x) = 0$ **13.** $f'(x) = -10$ **15.** $h'(s) = \frac{2}{3}$

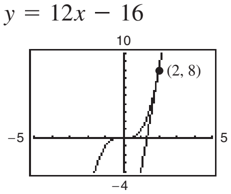
17. $f'(x) = 2x + 1$ **19.** $f'(x) = 3x^2 - 12$

21. $f'(x) = \dfrac{-1}{(x - 1)^2}$ **23.** $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x + 4}}$

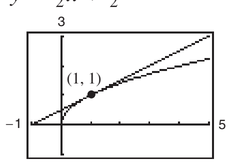
25. *a)* Recta tangente: $y = 2x + 2$

b) 

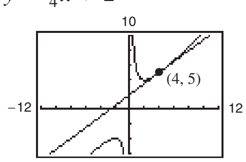
27. *a)* Recta tangente: $y = 12x - 16$

b) 

29. *a)* Recta tangente: $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

b) 

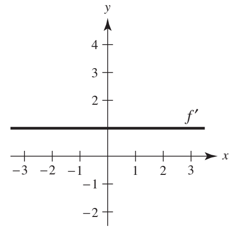
31. *a)* Recta tangente: $y = \frac{3}{4}x + 2$

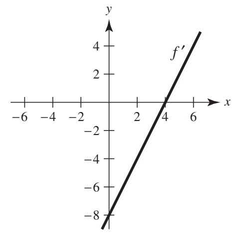
b) 

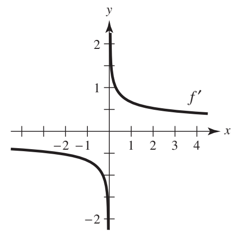
33. $y = 2x - 1$ **35.** $y = 3x - 2;\ y = 3x + 2$

37. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ **39.** *b* **40.** *d* **41.** *a* **42.** *c*

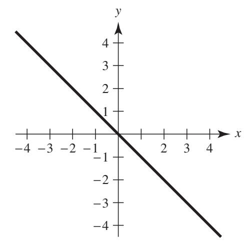
43. $g(4) = 5;\ g'(4) = -\frac{5}{3}$

45. 

47. 

49. 

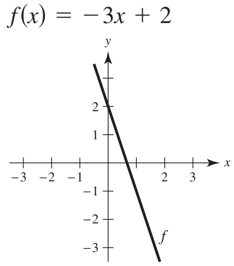
51. Las respuestas varían. Ejemplo de respuesta: $y = -x$



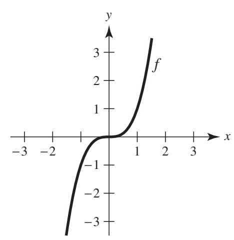
53. $f(x) = 5 - 3x$
$c = 1$

55. $f(x) = -x^2$
$c = 6$

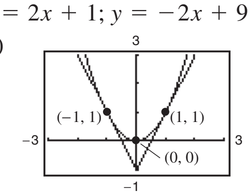
57. $f(x) = -3x + 2$



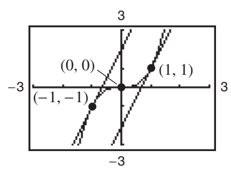
59. Las respuestas varían. Ejemplo de respuesta: $f(x) = x^3$



61. $y = 2x + 1;\ y = -2x + 9$

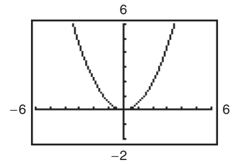
63. *a)* 

Para esta función las pendientes de las rectas tangentes son siempre distintas para diferentes valores de *x*.

b) 

Para esta función las pendientes de las rectas tangentes son algunas veces la misma.

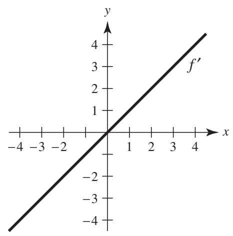
65. *a)*



$f'(0) = 0, f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}, f'(1) = 1, f'(2) = 2$

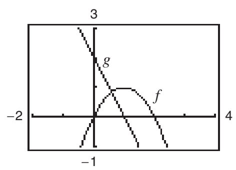
b) $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}, f'(-1) = -1, f'(-2) = -2$

c)



d) $f'(x) = x$

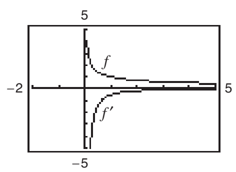
67.



$g(x) \approx f'(x)$

69. $f(2) = 4; f(2.1) = 3.99; f'(2) \approx -0.1$

71.



Cuando x tiende a infinito, la gráfica de f se aproxima a una recta de pendiente 0. Por tanto $f'(x)$ tiende a 0.

73. 6 **75.** 4 **77.** $g(x)$ no es derivable en $x = 0$.

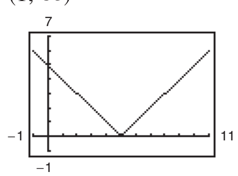
79. $f(x)$ no es derivable en $x = 6$.

81. $h(x)$ no es derivable en $x = -7$.

83. $(-\infty, 3) \cup (3, \infty)$ **85.** $(-\infty, -4) \cup (-4, \infty)$

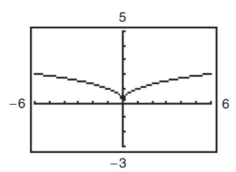
87. $(1, \infty)$

89.



$(-\infty, 5) \cup (5, \infty)$

91.



$(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

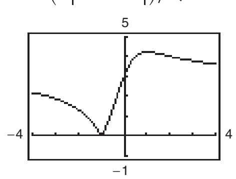
93. La derivada por la izquierda es -1 y la derivada por la derecha es 1, por tanto f no es derivable en $x = 1$.

95. Las derivadas por la izquierda y por la derecha son 0, entonces $f'(1) = 0$.

97. f es derivable en $x = 2$.

99. *a)* $d = \left(3|m + 1|\right)/\sqrt{m^2 + 1}$

b)



No es derivable en $m = -1$

101. Falso. La pendiente es $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(2 + \Delta x) - f(2)}{\Delta x}$.

103. Falso. Por ejemplo, $f(x) = |x|$. Existen ambas derivadas por la izquierda y por la derecha, pero no son iguales.

105. Demostración.

Sección 2.2 (página 115)

1. *a)* $\frac{1}{2}$ *b)* 3 **3.** 0 **5.** $7x^6$ **7.** $-5/x^6$ **9.** $1/(5x^{4/5})$

11. 1 **13.** $-4t + 3$ **15.** $2x + 12x^2$ **17.** $3t^2 + 10t - 3$

19. $\dfrac{\pi}{2}\cos\theta + \operatorname{sen}\theta$ **21.** $2x + \dfrac{1}{2}\operatorname{sen} x$ **23.** $-\dfrac{1}{x^2} - 3\cos x$

	Función	*Reescribir*	*Derivar*	*Simplificar*
25.	$y = \dfrac{5}{2x^2}$	$y = \dfrac{5}{2}x^{-2}$	$y' = -5x^{-3}$	$y' = -\dfrac{5}{x^3}$
27.	$y = \dfrac{6}{(5x)^3}$	$y = \dfrac{6}{125}x^{-3}$	$y' = -\dfrac{18}{125}x^{-4}$	$y' = -\dfrac{18}{125x^4}$
29.	$y = \dfrac{\sqrt{x}}{x}$	$y = x^{-1/2}$	$y' = -\dfrac{1}{2}x^{-3/2}$	$y' = -\dfrac{1}{2x^{3/2}}$

31. -2 **33.** 0 **35.** 8 **37.** 3 **39.** $2x + 6/x^3$

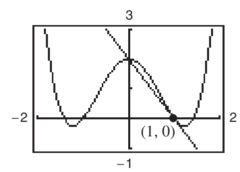
41. $2t + 12/t^4$ **43.** $8x + 3$ **45.** $(x^3 - 8)/x^3$

47. $3x^2 + 1$ **49.** $\dfrac{1}{2\sqrt{x}} - \dfrac{2}{x^{2/3}}$ **51.** $\dfrac{4}{5s^{1/5}} - \dfrac{2}{3s^{1/3}}$

53. $\dfrac{3}{\sqrt{x}} - 5\operatorname{sen} x$

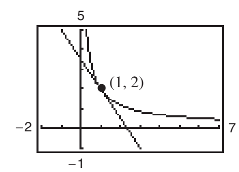
55. *a)* $2x + y - 2 = 0$

b)



57. *a)* $3x + 2y - 7 = 0$

b)

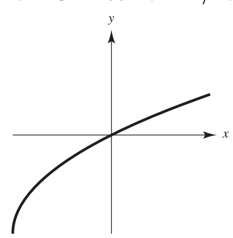


59. $(-1, 2), (0, 3), (1, 2)$ **61.** No hay tangentes horizontales.

63. (π, π) **65.** $k = -1,\ k = -9$

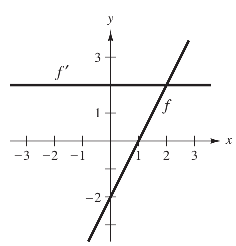
67. $k = 3$ **69.** $k = 4/27$

71.



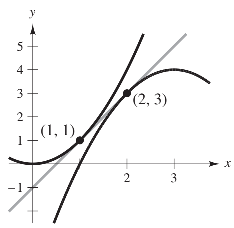
73. $g'(x) = f'(x)$

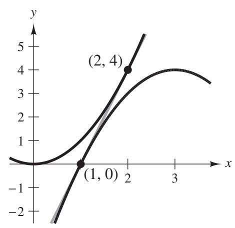
75.



La razón de cambio de f es constante y por tanto f' es una función constante.

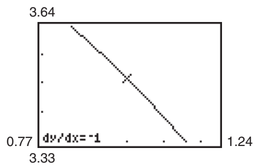
77. $y = 2x - 1$ $\qquad$ $y = 4x - 4$





79. $f'(x) = 3 + \cos x \neq 0$ para toda x. **81.** $x - 4y + 4 = 0$

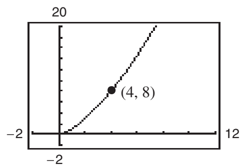
83.



$f'(1)$ parece estar cerca de -1.

$f'(1) = -1$

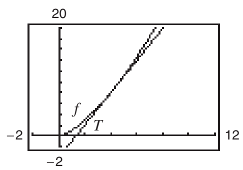
85. *a)*



(3.9, 7.7019),
$S(x) = 2.981x - 3.924$

b) $T(x) = 3(x - 4) + 8 = 3x - 4$
La pendiente (y la ecuación) de la recta secante tiende a la de la recta tangente en (4, 8), a medida que se toman puntos más cercanos a (4, 8).

c)



La aproximación se hace menos precisa.

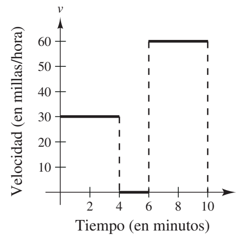
d)

Δx	-3	-2	-1	-0.5	-0.1	0
$f(4 + \Delta x)$	1	2.828	5.196	6.548	7.702	8
$T(4 + \Delta x)$	-1	2	5	6.5	7.7	8

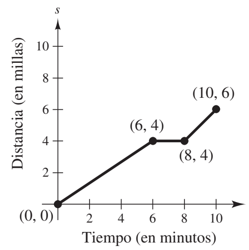
Δx	0.1	0.5	1	2	3
$f(4 + \Delta x)$	8.302	9.546	11.180	14.697	18.520
$T(4 + \Delta x)$	8.3	9.5	11	14	17

87. Falso. Sean $f(x) = x$ y $g(x) = x + 1$.
89. Falso. $dy/dx = 0$ **91.** Verdadero.
93. Ritmo de cambio o velocidad promedio: 4
Ritmos o velocidades instantáneas: $f'(1) = 4; f'(2) = 4$
95. Ritmo de cambio o velocidad promedio: $\frac{1}{2}$
Ritmos o velocidades instantáneas: $f'(1) = 1; f'(2) = \frac{1}{4}$
97. *a)* $s(t) = -16t^2 + 1\,362;\ v(t) = -32t$ *b)* -48 pies/s
b) $s'(1) = -32$ pies/s; $s'(2) = -64$ pies/s
d) $t = \dfrac{\sqrt{1\,362}}{4} \approx 9.226$ s $\qquad$ *e)* -295.242 pies/s
99. $v(5) = 71$ m/s; $\quad v(10) = 22$ m/s

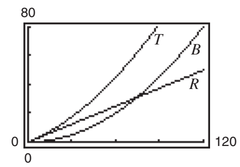
101.



103.



105. *a)* $R(v) = 0.417v - 0.02$
b) $B(v) = 0.0056v^2 + 0.001v + 0.04$
c) $T(v) = 0.0056v^2 + 0.418v + 0.02$
d)



e) $T'(v) = 0.0112v + 0.418$
$T'(40) = 0.866$
$T'(80) = 1.314$
$T'(100) = 1.538$

f) La distancia de frenado aumenta con un ritmo o velocidad mayor.

107. $V'(6) = 108$ cm³/cm $\qquad$ **109.** Demostración.
111. *a)* La razón de cambio del número de galones de gasolina vendidos cuando el precio es de \$2.979.
b) En general, la razón de cambio cuando $p = 2.979$ debe ser negativa. A medida que los precios crecen, las ventas bajan.
113. $y = 2x^2 - 3x + 1$ $\qquad$ **115.** $9x + y = 0, 9x + 4y + 27 = 0$
117. $a = \frac{1}{3}, b = -\frac{4}{3}$
119. $f_1(x) = |\text{sen}\, x|$ es derivable para todo $x \neq n\pi$, n entero.
$f_2(x) = \text{sen}\,|x|$ es derivable para todo $x \neq 0$.

Sección 2.3 (página 126)

1. $2(2x^3 - 6x^2 + 3x - 6)$ $\qquad$ **3.** $(1 - 5t^2)/(2\sqrt{t})$
5. $x^2(3\cos x - x\,\text{sen}\, x)$ $\qquad$ **7.** $(1 - x^2)/(x^2 + 1)^2$
9. $(1 - 5x^3)/[2\sqrt{x}(x^3 + 1)^2]$ $\qquad$ **11.** $(x\cos x - 2\,\text{sen}\, x)/x^3$
13. $f'(x) = (x^3 + 4x)(6x + 2) + (3x^2 + 2x - 5)(3x^2 + 4)$
$= 15x^4 + 8x^3 + 21x^2 + 16x - 20$
$f'(0) = -20$
15. $f'(x) = \dfrac{x^2 - 6x + 4}{(x - 3)^2}$ $\qquad$ **17.** $f'(x) = \cos x - x\,\text{sen} x$
$f'(1) = -\dfrac{1}{4}$ $\qquad$ $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{8}(4 - \pi)$

	Función	*Reescribir*	*Derivar*	*Simplificar*
19.	$y = \dfrac{x^2 + 3x}{7}$	$y = \dfrac{1}{7}x^2 + \dfrac{3}{7}x$	$y' = \dfrac{2}{7}x + \dfrac{3}{7}$	$y' = \dfrac{2x + 3}{7}$
21.	$y = \dfrac{6}{7x^2}$	$y = \dfrac{6}{7}x^{-2}$	$y' = -\dfrac{12}{7}x^{-3}$	$y' = -\dfrac{12}{7x^3}$
23.	$y = \dfrac{4x^{3/2}}{x}$	$y = 4x^{1/2}$, $x > 0$	$y' = 2x^{-1/2}$	$y' = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$, $x > 0$

25. $\dfrac{(x^2 - 1)(-3 - 2x) - (4 - 3x - x^2)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \dfrac{3}{(x + 1)^2}, \ x \neq 1$
27. $1 - 12/(x + 3)^2 = (x^2 + 6x - 3)/(x + 3)^2$
29. $\dfrac{3}{2}x^{-1/2} + \dfrac{1}{2}x^{-3/2} = (3x + 1)/2x^{3/2}$
31. $6s^2(s^3 - 2)$ $\qquad$ **33.** $-(2x^2 - 2x + 3)/[x^2(x - 3)^2]$

35. $(6x^2 + 5)(x - 3)(x + 2) + (2x^3 + 5x)(1)(x + 2)$
$+ (2x^3 + 5x)(x - 3)(1)$
$= 10x^4 - 8x^3 - 21x^2 - 10x - 30$

37. $\dfrac{(x^2 - c^2)(2x) - (x^2 + c^2)(2x)}{(x^2 - c^2)^2} = -\dfrac{4xc^2}{(x^2 - c^2)^2}$

39. $t(t \cos t + 2 \operatorname{sen} t)$ **41.** $-(t \operatorname{sen} t + \cos t)/t^2$

43. $-1 + \sec^2 x = \tan^2 x$ **45.** $\dfrac{1}{4t^{3/4}} - 6 \csc t \cot t$

47. $\dfrac{-6\cos^2 x + 6 \operatorname{sen} x - 6 \operatorname{sen}^2 x}{4\cos^2 x} = \dfrac{3}{2}(-1 + \tan x \sec x - \tan^2 x)$
$= \dfrac{3}{2} \sec x(\tan x - \sec x)$

49. $\csc x \cot x - \cos x = \cos x \cot^2 x$ **51.** $x(x \sec^2 x + 2 \tan x)$

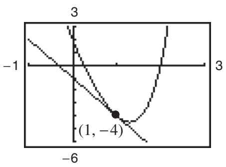
53. $2x \cos x + 2 \operatorname{sen} x - x^2 \operatorname{sen} x + 2x \cos x$
$= 4x \cos x + (2 - x^2) \operatorname{sen} x$

55. $\left(\dfrac{x + 1}{x + 2}\right)(2) + (2x - 5)\left[\dfrac{(x + 2)(1) - (x + 1)(1)}{(x + 2)^2}\right]$
$= \dfrac{2x^2 + 8x - 1}{(x + 2)^2}$

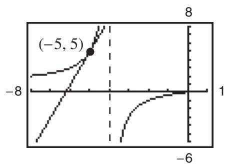
57. $\dfrac{1 - \operatorname{sen}\theta + \theta \cos \theta}{(1 - \operatorname{sen}\theta)^2}$ **59.** $y' = \dfrac{-2 \csc x \cot x}{(1 - \csc x)^2}, \quad -4\sqrt{3}$

61. $h'(t) = \sec t(t \tan t - 1)/t^2, \quad 1/\pi^2$

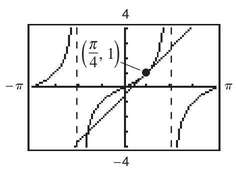
63. *a)* $y = -3x - 1$
b)



65. *a)* $y = 4x + 25$
b)

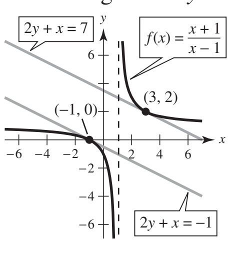


67. *a)* $4x - 2y - \pi + 2 = 0$ **69.** $2y + x - 4 = 0$
b)



71. $25y - 12x + 16 = 0$ **73.** $(1, 1)$ **75.** $(0, 0), (2, 4)$

77. Rectas tangentes: $2y + x = 7$; $2y + x = -1$



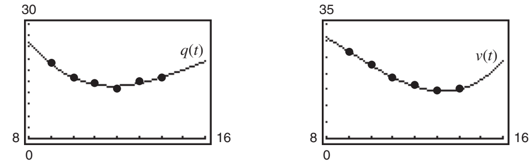
79. $f(x) + 2 = g(x)$ **81.** *a)* $p'(1) = 1$ *b)* $q'(4) = -1/3$

83. $(18t + 5)/(2\sqrt{t})\ \text{cm}^2/\text{s}$

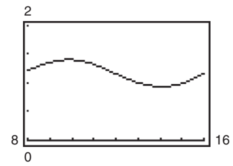
85. *a)* $-\$38.13$ miles de dólares/100 componentes
b) $-\$10.37$ miles de dólares/100 componentes
c) $-\$3.80$ miles de dólares/100 componentes
El costo disminuye al aumentar el tamaño pedido.

87. 31.55 bacterias/hora **89.** Demostración

91. *a)* $q(t) = -0.0546t^3 + 2.529t^2 - 36.89t + 186.6$
$v(t) = 0.0796t^3 - 2.162t^2 + 15.32t + 5.9$
b)



c) $A = \dfrac{0.0796t^3 - 2.162t^2 + 15.32t + 5.9}{-0.0546t^3 + 2.529t^2 - 36.89t + 186.6}$



A representa el valor promedio (en miles de millones de dólares) por cada millón de computadoras personales.

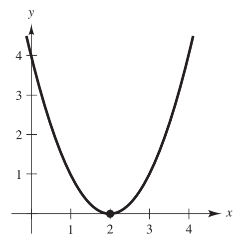
d) $A'(t)$ representa la razón de cambio del valor promedio de cada millón de computadoras personales por año dado.

93. $12x^2 + 12x - 6$ **95.** $3/\sqrt{x}$ **97.** $2/(x - 1)^3$

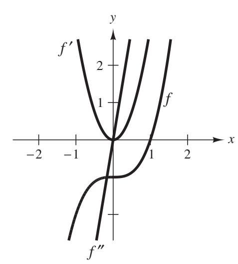
99. $2 \cos x - x \operatorname{sen} x$ **101.** $2x$ **103.** $1/\sqrt{x}$

105. 0 **107.** -10

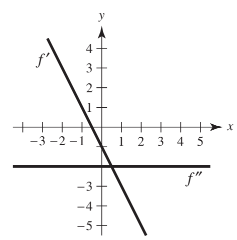
109. Las respuestas varían. Por ejemplo: $f(x) = (x - 2)^2$



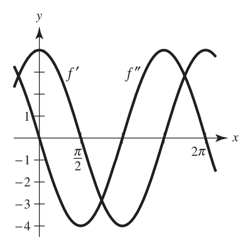
111.



113.



115.



117. $v(3) = 27$ m/s
$a(3) = -6$ m/s^2
La velocidad del objeto es decreciente.

119.

t	0	1	2	3	4
$s(t)$	0	57.75	99	123.75	132
$v(t)$	66	49.5	33	16.5	0
$a(t)$	−16.5	−16.5	−16.5	−16.5	−16.5

La velocidad promedio en el intervalo $[0, 1]$ es 57.75, en $[1, 2]$ es 41.25, en $[2, 3]$ es 24.75 y en $[3, 4]$ es 8.25.

121. $f^{(n)}(x) = n(n-1)(n-2)\cdots(2)(1) = n!$

123. *a)* $f''(x) = g(x)h''(x) + 2g'(x)h'(x) + g''(x)h(x)$

$f'''(x) = g(x)h'''(x) + 3g'(x)h''(x) + 3g''(x)h'(x) + g'''(x)h(x)$

$f^{(4)}(x) = g(x)h^{(4)}(x) + 4g'(x)h'''(x) + 6g''(x)h''(x) + 4g'''(x)h'(x) + g^{(4)}(x)h(x)$

b) $f^{(n)}(x) = g(x)h^{(n)}(x) + \dfrac{n!}{1!(n-1)!}g'(x)h^{(n-1)}(x) + \dfrac{n!}{2!(n-2)!}g''(x)h^{(n-2)}(x) + \cdots + \dfrac{n!}{(n-1)!1!}g^{(n-1)}(x)h'(x) + g^{(n)}(x)h(x)$

125. $n = 1$: $f'(x) = x\cos x + \operatorname{sen} x$

$n = 2$: $f'(x) = x^2\cos x + 2x\operatorname{sen} x$

$n = 3$: $f'(x) = x^3\cos x + 3x^2\operatorname{sen} x$

$n = 4$: $f'(x) = x^4\cos x + 4x^3\operatorname{sen} x$

Regla general: $f'(x) = x^n\cos x + nx^{(n-1)}\operatorname{sen} x$

127. $y' = -1/x^2$, $y'' = 2/x^3$,

$x^3y'' + 2x^2y' = x^3(2/x^3) + 2x^2(-1/x^2) = 2 - 2 = 0$

129. $y' = 2\cos x$, $y'' = -2\operatorname{sen} x$,

$y'' + y = -2\operatorname{sen} x + 2\operatorname{sen} x + 3 = 3$

131. Falso. $dy/dx = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$ **133.** Verdadero

135. Verdadero **137.** $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$

139. $f'(x) = 2|x|$; $f''(0)$ no existe **141.** Demostración

Sección 2.4 (página 137)

	$y = f(g(x))$	$u = g(x)$	$y = f(u)$
1.	$y = (5x-8)^4$	$u = 5x - 8$	$y = u^4$
3.	$y = \sqrt{x^3 - 7}$	$u = x^3 - 7$	$y = \sqrt{u}$
5.	$y = \csc^3 x$	$u = \csc x$	$y = u^3$

7. $12(4x-1)^2$ **9.** $-108(4-9x)^3$

11. $\frac{1}{2}(5-t)^{-1/2}(-1) = -1/\left(2\sqrt{5-t}\right)$

13. $\frac{1}{3}(6x^2+1)^{-2/3}(12x) = 4x/\sqrt[3]{(6x^2+1)^2}$

15. $\frac{1}{2}(9-x^2)^{-3/4}(-2x) = -x/\sqrt[4]{(9-x^2)^3}$ **17.** $-1/(x-2)^2$

19. $-2(t-3)^{-3}(1) = -2/(t-3)^3$ **21.** $-1/\left[2\sqrt{(x+2)^3}\right]$

23. $x^2[4(x-2)^3(1)] + (x-2)^4(2x) = 2x(x-2)^3(3x-2)$

25. $x\left(\dfrac{1}{2}\right)(1-x^2)^{-1/2}(-2x) + (1-x^2)^{1/2}(1) = \dfrac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

27. $\dfrac{(x^2+1)^{1/2}(1) - x(1/2)(x^2+1)^{-1/2}(2x)}{x^2+1} = \dfrac{1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

29. $\dfrac{-2(x+5)(x^2+10x-2)}{(x^2+2)^3}$ **31.** $\dfrac{-9(1-2v)^2}{(v+1)^4}$

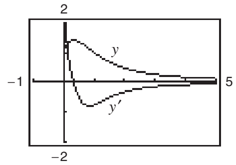
33. $2((x^2+3)^5 + x)(5(x^2+3)^4(2x) + 1)$

$= 20x(x^2+3)^9 + 2(x^2+3)^5 + 20x^2(x^2+3)^4 + 2x$

35. $\dfrac{1}{2}(2 + (2 + x^{1/2})^{1/2})^{-1/2}\left(\dfrac{1}{2}(2 + x^{1/2})^{-1/2}\right)\left(\dfrac{1}{2}x^{-1/2}\right)$

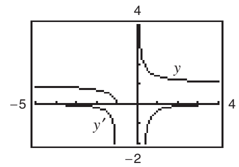
$= \dfrac{1}{8\sqrt{x}\left(\sqrt{2+\sqrt{x}}\right)\left(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}\right)}$

37. $(1 - 3x^2 - 4x^{3/2})/[2\sqrt{x}(x^2+1)^2]$



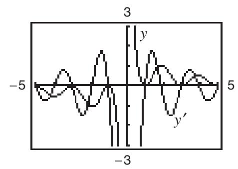
El cero de y' corresponde al punto de la gráfica de la función en el que la recta tangente es horizontal.

39. $-\dfrac{\sqrt{\dfrac{x+1}{x}}}{2x(x+1)}$



y' no tiene ceros.

41. $-[\pi x\operatorname{sen}(\pi x) + \cos(\pi x) + 1]/x^2$



Los ceros de y' corresponden a los puntos sobre la gráfica de la función en los que las rectas tangentes son horizontales.

43. *a)* 1 *b)* 2; La pendiente de sen ax en el origen es a.

45. $-4\operatorname{sen} 4x$ **47.** $15\,s^2\,3x$ **49.** $2\pi^2 x\cos(\pi x)^2$

51. $2\cos 4x$ **53.** $(-1 - \cos^2 x)/\operatorname{sen}^3 x$

55. $8\sec^2 x\tan x$ **57.** $10\tan 5\theta\sec^2 5\theta$

59. $\operatorname{sen} 2\theta\cos 2\theta = \dfrac{1}{2}\operatorname{sen} 4\theta$

61. $\dfrac{6\pi\operatorname{sen}(\pi t - 1)}{\cos^3(\pi t - 1)}$ **63.** $\dfrac{1}{2\sqrt{x}} + 2x\cos(2x)^2$

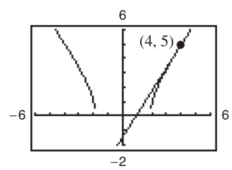
65. $2\sec^2 2x\cos(\tan 2x)$

67. $s'(t) = \dfrac{t+3}{\sqrt{t^2+6t-2}}, \dfrac{6}{5}$ **69.** $f'(x) = \dfrac{-15x^2}{(x^3-2)^2}, -\dfrac{3}{5}$

71. $f'(t) = \dfrac{-5}{(t-1)^2}, -5$ **73.** $y' = -12\sec^3 4x\tan 4x$, 0

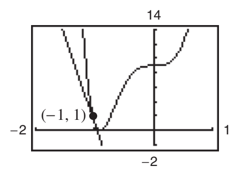
75. *a)* $8x - 5y - 7 = 0$

b)



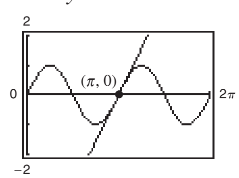
77. *a)* $24x + y + 23 = 0$

b)



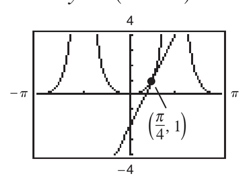
79. *a)* $2x - y - 2\pi = 0$

b)



81. *a)* $4x - y + (1 - \pi) = 0$

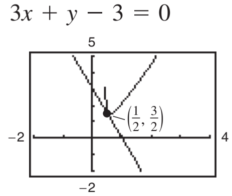
b)



83. *a)* $g'(1/2) = -3$

b) $3x + y - 3 = 0$

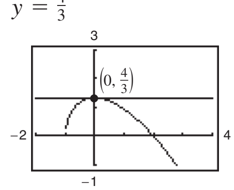
c)



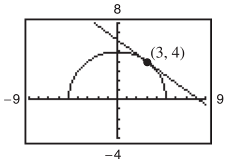
85. *a)* $s'(0) = 0$

b) $y = \frac{4}{3}$

c)



87. $3x + 4y - 25 = 0$



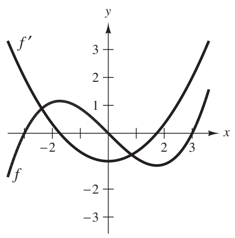
89. $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right), \left(\frac{5\pi}{6}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right), \left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$ **91.** $2\,940(2 - 7x)^2$

93. $\dfrac{2}{(x - 6)^3}$

95. $2(\cos x^2 - 2x^2 \operatorname{sen} x^2)$ **97.** $h''(x) = 18x + 6, 24$

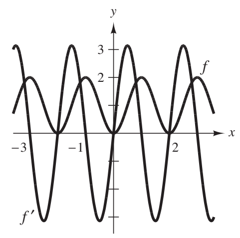
99. $f''(x) = -4x^2 \cos(x^2) - 2 \operatorname{sen}(x^2), 0$

101.



Los ceros de f' corresponden a los puntos donde la gráfica de f tiene tangentes horizontales.

103.



Los ceros de f' corresponden a los puntos donde la gráfica de f tiene tangentes horizontales.

105. La razón de cambio de g será tres veces mayor que la razón de cambio de f.

107. *a)* $g'(x) = f'(x)$ *b)* $h'(x) = 2f'(x)$
c) $r'(x) = -3f'(-3x)$ *d)* $s'(x) = f'(x + 2)$

x	-2	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	4	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	-1	-2	-4
$g'(x)$	4	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	-1	-2	-4
$h'(x)$	8	$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	-2	-4	-8
$r'(x)$		12	1			
$s'(x)$	$-\frac{1}{3}$	-1	-2	-4		

109. *a)* $\frac{1}{2}$
b) $s'(5)$ no existe porque g no es derivable en 6.

111. *a)* 1.461 *b)* −1.016

113. 0.2 rad, 1.45 rad/s **115.** 0.04224 cm/s

117. *a)* $x = -1.637t^3 + 19.31t^2 - 0.5t - 1$
b) $\dfrac{dC}{dt} = -294.66t^2 + 2\,317.2t - 30$
c) Porque x, el número de unidades producidas en t horas, no es una función lineal, y por tanto el costo respecto al tiempo t no es lineal.

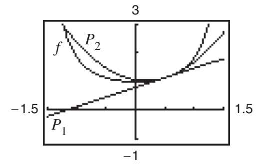
119. *a)* Sí, si $f(x + p) = f(x)$ para toda x, entonces $f'(x + p) = f'(x)$, lo cual muestra que también f' es periódica.
b) Sí, si $g(x) = f(2x)$, entonces $g'(x) = 2f'(2x)$. Y dado que f' es periódica, también lo es g'.

121. *a)* 0
b) $f'(x) = 2 \sec x \cdot \sec x \tan x = 2 \sec^2 x \tan x$
$g'(x) = 2 \tan x \sec^2 x = 2 \sec^2 x \tan x$
$f'(x) = g'(x)$

123. Demostración **125.** $f'(x) = 2x\left(\dfrac{x^2 - 9}{|x^2 - 9|}\right), x \neq \pm 3$

127. $f'(x) = \cos x \operatorname{sen} x / |\operatorname{sen} x|, x \neq k\pi$

129. *a)* $P_1(x) = 2/3(x - \pi/6) + 2/\sqrt{3}$
$P_2(x) = 5/\left(3\sqrt{3}\right)(x - \pi/6)^2 + 2/3(x - \pi/6) + 2/\sqrt{3}$
b)



c) P_2
d) La precisión empeora conforme uno se aleja de $x = \pi/6$.

131. Falso. Si $f(x) = \operatorname{sen}^2 2x$, entonces $f'(x) = 2(\operatorname{sen} 2x)(2 \cos 2x)$.

133. Problema Putnam A1, 1967

Sección 2.5 (página 146)

1. $-x/y$ **3.** $-\sqrt{y/x}$ **5.** $(y - 3x^2)/(2y - x)$

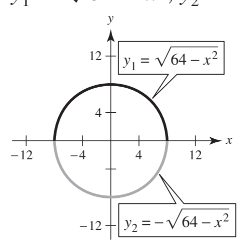
7. $(1 - 3x^2y^3)/(3x^3y^2 - 1)$

9. $(6xy - 3x^2 - 2y^2)/(4xy - 3x^2)$

11. $\cos x/[4 \operatorname{sen}(2y)]$ **13.** $(\cos x - \tan y - 1)/(x \sec^2 y)$

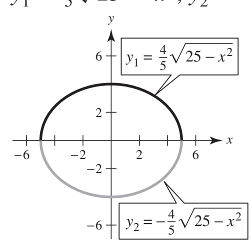
15. $[y \cos(xy)]/[1 - x \cos(xy)]$

17. *a)* $y_1 = \sqrt{64 - x^2}$; $y_2 = -\sqrt{64 - x^2}$
b)



c) $y' = \mp \dfrac{x}{\sqrt{64 - x^2}} = -\dfrac{x}{y}$
d) $y' = -\dfrac{x}{y}$

19. *a)* $y_1 = \frac{4}{5}\sqrt{25 - x^2}$; $y_2 = -\frac{4}{5}\sqrt{25 - x^2}$
b)



c) $y' = \mp \dfrac{4x}{5\sqrt{25 - x^2}} = -\dfrac{16x}{25y}$
d) $y' = -\dfrac{16x}{25y}$

21. $-\dfrac{y}{x}, -\dfrac{1}{6}$ **23.** $\dfrac{98x}{y(x^2 + 49)^2}$, indefinida **25.** $-\sqrt[3]{\dfrac{y}{x}}, -\dfrac{1}{2}$

27. $-\operatorname{sen}^2(x + y)$ o $-\dfrac{x^2}{x^2 + 1}, 0$ **29.** $-\dfrac{1}{2}$ **31.** 0

33. $y = -x + 7$ **35.** $y = -x + 2$

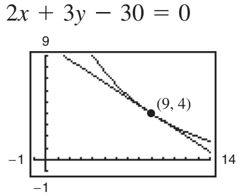
37. $y = \sqrt{3}x/6 + 8\sqrt{3}/3$ **39.** $y = -\frac{2}{11}x + \frac{30}{11}$

41. *a)* $y = -2x + 4$ *b)* Las respuestas varían.

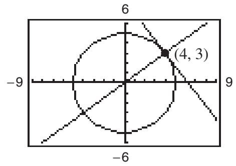
43. $\cos^2 y, -\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}, \dfrac{1}{1 + x^2}$ **45.** $-4/y^3$

47. $-36/y^3$ **49.** $(3x)/(4y)$

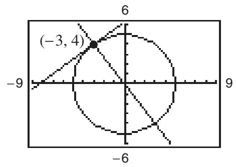
51. $2x + 3y - 30 = 0$



53. En $(4, 3)$:
Recta tangente: $4x + 3y - 25 = 0$
Recta normal: $3x - 4y = 0$



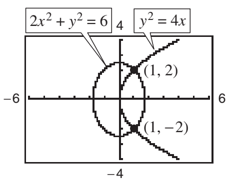
En $(-3, 4)$:
Recta tangente: $3x - 4y + 25 = 0$
Recta normal: $4x + 3y = 0$



55. $x^2 + y^2 = r^2 \Longrightarrow y' = -x/y \Longrightarrow y/x =$ pendiente de la recta normal.
Entonces para (x_0, y_0) en el círculo, $x_0 \neq 0$, una ecuación de la recta normal es $y = (y_0/x_0)x$, la cual pasa por el origen. Si $x_0 = 0$, la recta normal es vertical y pasa por el origen.

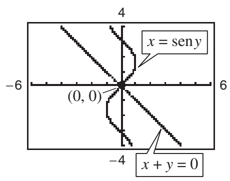
57. Tangentes horizontales: $(-4, 0), (-4, 10)$
Tangentes verticales: $(0, 5), (-8, 5)$

59.



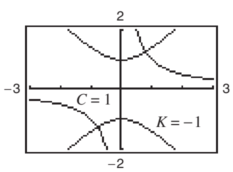
En $(1, 2)$:
Pendiente de la elipse: -1
Pendiente de la parábola: 1
En $(1, -2)$:
Pendiente de la elipse: 1
Pendiente de la parábola: -1

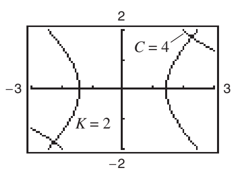
61.



En $(0, 0)$:
Pendiente de la recta: -1
Pendiente de la curva seno: 1

63. Derivadas: $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y}{x}, \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x}{y}$



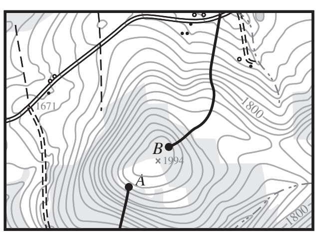


65. *a)* $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{3x^3}{y}$ *b)* $y\dfrac{dy}{dt} = 3x^3\dfrac{dx}{dt}$

67. *a)* $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-3\cos \pi x}{\operatorname{sen} \pi y}$ *b)* $-\operatorname{sen} \pi y\left(\dfrac{dy}{dt}\right) = 3\cos \pi x\left(\dfrac{dx}{dt}\right)$

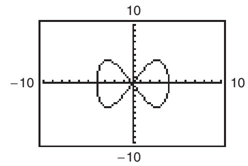
69. Las respuestas varían. En la forma explícita de una función, la variable se escribe explícitamente como una función de x. En una ecuación implícita, la función está solamente implicada por una ecuación. Un ejemplo de una función implícita es $x^2 + xy = 5$, cuya forma explícita es $y = (5 - x^2)/x$.

71.

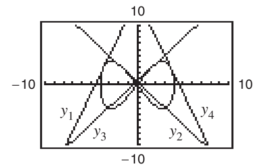


Utilizar el punto de partida B.

73. *a)*



b)



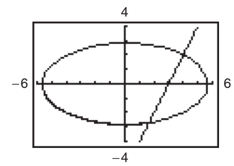
c) $\left(\dfrac{8\sqrt{7}}{7}, 5\right)$

$y_1 = \frac{1}{3}\left[\left(\sqrt{7} + 7\right)x + \left(8\sqrt{7} + 23\right)\right]$
$y_2 = -\frac{1}{3}\left[\left(-\sqrt{7} + 7\right)x - \left(23 - 8\sqrt{7}\right)\right]$
$y_3 = -\frac{1}{3}\left[\left(\sqrt{7} - 7\right)x - \left(23 - 8\sqrt{7}\right)\right]$
$y_4 = -\frac{1}{3}\left[\left(\sqrt{7} + 7\right)x - \left(8\sqrt{7} + 23\right)\right]$

75. Demostración **77.** $(6, -8), (-6, 8)$

79. $y = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}x + 2\sqrt{3}, y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x - 2\sqrt{3}$

81. *a)* $y = 2x - 6$
b)



c) $\left(\frac{28}{17}, -\frac{46}{17}\right)$

Sección 2.6 (página 154)

1. *a)* $\frac{3}{4}$ *b)* 20 **3.** *a)* $-\frac{5}{8}$ *b)* $\frac{3}{2}$
5. *a)* -8 cm/s *b)* 0 cm/s *c)* 8 cm/s
7. *a)* 8 cm/s *b)* 4 cm/s *c)* 2 cm/s
9. En una función lineal, si x cambia a un ritmo constante, así lo hace y. Sin embargo, a menos que $a = 1$, y no cambia al mismo ritmo que x.
11. $(4x^3 + 6x)/\sqrt{x^4 + 3x^2 + 1}$
13. *a)* 64π cm²/min *b)* 256π cm²/min
15. *a)* Demostración
b) Cuando $\theta = \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{dA}{dt} = \dfrac{\sqrt{3}}{8}s^2$. Cuando $\theta = \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{dA}{dt} = \dfrac{1}{8}s^2$.
c) Si s y $d\theta/dt$ son constantes, dA/dt es proporcional a $\cos \theta$.
17. *a)* $2/(9\pi)$ cm/min *b)* $1/(18\pi)$ cm/min
19. *a)* 144 cm²/s *b)* 720 cm²/s **21.** $8/(405\pi)$ pies/min
23. *a)* 12.5% *b)* $\frac{1}{144}$ m/min
25. *a)* $-\frac{7}{12}$ pies/s; $-\frac{3}{2}$ pies/s; $-\frac{48}{7}$ pies/s
b) $\frac{527}{24}$ pies²/s *c)* $\frac{1}{12}$ rad/s
27. Razón de cambio vertical: $\frac{1}{5}$ m/s
Razón de cambio horizontal: $-\sqrt{3}/15$ m/s
29. *a)* -750 mi/h *b)* 30 min
31. $-50/\sqrt{85} \approx -5.42$ pies/s **33.** *a)* $\frac{25}{3}$ pies/s *b)* $\frac{10}{3}$ pies/s
35. *a)* 12 s *b)* $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ m *c)* $\left(\sqrt{5}\pi\right)/120$ m/s

37. Ritmo de evaporación proporcional a $S \Rightarrow \dfrac{dV}{dt} = k(4\pi r^2)$

$V = \left(\dfrac{4}{3}\right)\pi r^3 \Rightarrow \dfrac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \dfrac{dr}{dt}$. Por tanto $k = \dfrac{dr}{dt}$.

39. 0.6 ohm/s **41.** $\dfrac{dv}{dt} = \dfrac{16r}{v}\,\text{s}^2\,\theta\dfrac{d\theta}{dt}, \dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{v}{16r}\cos^2\theta\dfrac{dv}{dt}$

43. $\dfrac{2\sqrt{21}}{525} \approx 0.017$ rad/s

45. *a*) $\dfrac{200\pi}{3}$pies/s *b*) 200π pies/s *c*) Alrededor de 427.43π pies/s

47. Alrededor de 84.9797 mi/h

49. *a*) $\dfrac{dy}{dt} = 3\dfrac{dx}{dt}$ significa que *y* cambia tres veces más que *x*.

b) *y* cambia lentamente cuando $x \approx 0$ o $x \approx L$. *y* cambia más rápidamente cuando *x* se acerca a la mitad del intervalo.

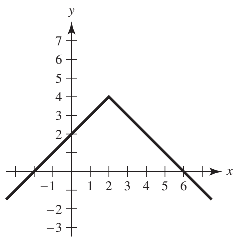
51. -18.432 pies/s^2 **53.** Alrededor de -97.96 m/s

Ejercicios de repaso para el capítulo 2 (página 158)

1. $f'(x) = 2x - 4$ **3.** $f'(x) = -2/(x-1)^2$

5. *f* es derivable para toda $x \neq 3$.

7.



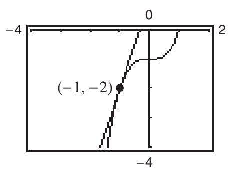
a) Sí

b) No, porque las derivadas por la izquierda y por la derecha no son iguales.

9. $-\frac{3}{2}$

11. *a*) $y = 3x + 1$

b)

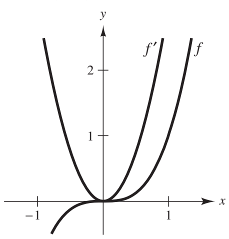


13. 8

15. 0 **17.** $8x^7$ **19.** $52t^3$ **21.** $3x^2 - 22x$ **23.** $\dfrac{3}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

25. $-4/(3t^3)$ **27.** $4 - 5\cos\theta$ **29.** $-3\,\text{sen}\,\theta - (\cos\theta)/4$

31.



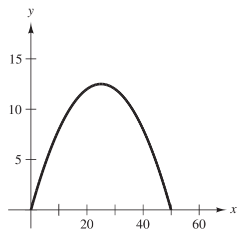
$f' > 0$ donde las pendientes de las rectas tangentes a la gráfica de *f* son positivas.

33. *a*) 50 vibraciones/s/lb

b) 33.33 vibraciones/s/lb

35. 1 354.24 pies o 412.77 m

37. *a*)



b) 50

c) $x = 25$

d) $y' = 1 - 0.04x$

x	0	10	25	30	50
y'	1	0.6	0	-0.2	-1

e) $y'(25) = 0$

39. *a*) $x'(t) = 2t - 3$ *b*) $(-\infty, 1.5)$ *c*) $x = -\frac{1}{4}$ *d*) 1

41. $4(5x^3 - 15x^2 - 11x - 8)$ **43.** $\sqrt{x}\cos x + \text{sen}\,x/\left(2\sqrt{x}\right)$

45. $-(x^2+1)/(x^2-1)^2$ **47.** $(8x)/(9-4x^2)^2$

49. $\dfrac{4x^3\cos x + x^4\,\text{sen}\,x}{\cos^2 x}$ **51.** $3x^2\,\text{s}\,x\tan x + 6x\,\text{s}\,x$

53. $-x\,\text{sen}\,x$ **55.** $y = 4x - 3$ **57.** $y = 0$

59. $v(4) = 20$ m/s; $a(4) = -8$ m/s^2

61. $-48t$ **63.** $\frac{225}{4}\sqrt{x}$ **65.** $6\,\text{s}^2\,\theta\tan\theta$

67. $y'' + y = -(2\,\text{sen}\,x + 3\cos x) + (2\,\text{sen}\,x + 3\cos x) = 0$

69. $\dfrac{2(x+5)(-x^2-10x+3)}{(x^2+3)^3}$

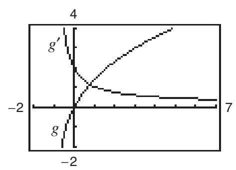
71. $s(s^2-1)^{3/2}(8s^3 - 3s + 25)$

73. $-45\,\text{sen}(9x+1)$ **75.** $\frac{1}{2}(1 - \cos 2x) = \text{sen}^2 x$

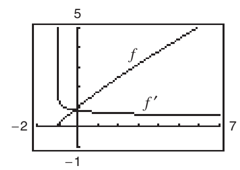
77. $\text{sen}^{1/2} x\cos x - \text{sen}^{5/2} x\cos x = \cos^3 x\sqrt{\text{sen}\,x}$

79. $\dfrac{(x+2)(\pi\cos\pi x) - \text{sen}\,\pi x}{(x+2)^2}$ **81.** -2 **83.** 0

85. $(x+2)/(x+1)^{3/2}$ **87.** $5/[6(t+1)^{1/6}]$



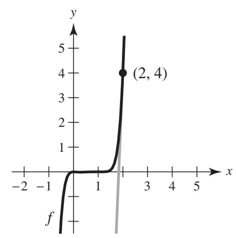
g' es diferente de cero para cualquier *x*.



f' no tiene ceros.

89. *a*) $f'(2) = 24$ *b*) $y = 24t - 44$

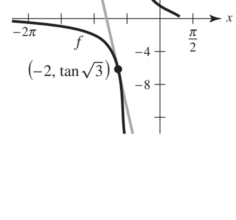
c)



91. *a*) $f'(-2) = -\dfrac{1}{2\sqrt{3}\cos^2\sqrt{3}} \approx -11.1983$

b) $y = -\dfrac{\sqrt{3}(x+2)}{6\cos^2\sqrt{3}} + \tan\sqrt{3}$

c)



93. $14 - 4\cos 2x$ **95.** $2\csc^2 x \cot x$

97. $[8(2t+1)]/(1-t)^4$

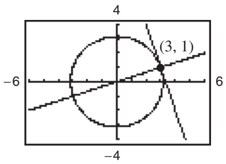
99. $18\,\mathrm{s}^2\,3\theta \tan 3\theta + \operatorname{sen}(\theta - 1)$

101. *a*) $-18.667°/\mathrm{h}$ *b*) $-7.284°/\mathrm{h}$
c) $-3.240°/\mathrm{h}$ *d*) $-0.747°/\mathrm{h}$

103. $-\dfrac{2x+3y}{3(x+y^2)}$ **105.** $\dfrac{\sqrt{y}\left(2\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+8\sqrt{y}\right)} = \dfrac{2x-9y}{9x-32y}$

107. $\dfrac{y \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y}{\cos x - x\cos y}$

109. Recta tangente: $3x + y - 10 = 0$
Recta normal: $x - 3y = 0$



111. *a*) $2\sqrt{2}$ unidades/s *b*) 4 unidades/s *c*) 8 unidades/s

113. $\frac{2}{25}$ m/min **115.** -38.34 m/s

SP Solución de problemas (página 161)

1. *a*) $r = \frac{1}{2};\ x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
b) Centro: $\left(0, \frac{5}{4}\right);\ x^2 + \left(y - \frac{5}{4}\right)^2 = 1$

3. *a*) $P_1(x) = 1$ *b*) $P_2(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2$
c)

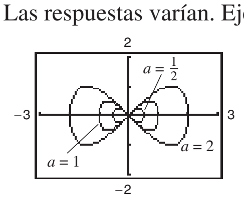
x	-1.0	-0.1	-0.001	0	0.001
$\cos x$	0.5403	0.9950	1.000	1	1.000
$P_2(x)$	0.5	0.995	1.000	1	1.000

x	0.1	1.0
$\cos x$	0.9950	0.5403
$P_2(x)$	0.995	0.5

$P_2(x)$ es una buena aproximación de $f(x) = \cos x$ para valores de x cercanos a 0.
d) $P_3(x) = x - \frac{1}{6}x^3$

5. $p(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5$

7. *a*) Graficar: $\begin{cases} y_1 = \dfrac{1}{a}\sqrt{x^2(a^2 - x^2)} \\ y_2 = -\dfrac{1}{a}\sqrt{x^2(a^2 - x^2)} \end{cases}$ como ecuaciones separadas.
b) Las respuestas varían. Ejemplo de respuesta:



Las intersecciones siempre serán $(0, 0)$, $(a, 0)$ y $(-a, 0)$, y los valores máximos y mínimos de y parecen ser $\pm\frac{1}{2}a$.
c) $\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}, \dfrac{a}{2}\right), \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}, -\dfrac{a}{2}\right), \left(-\dfrac{a\sqrt{2}}{2}, \dfrac{a}{2}\right), \left(-\dfrac{a\sqrt{2}}{2}, -\dfrac{a}{2}\right)$

9. *a*) Cuando el hombre se encuentra a 90 pies de la luz, la parte superior de su sombra está a $112\frac{1}{2}$ pies de ella. La parte superior de la sombra del niño está a $111\frac{1}{9}$ pies de la luz, de manera que la sombra del hombre se extiende $1\frac{7}{18}$ pies más allá de la sombra del niño.
b) Cuando el hombre se encuentra a 60 pies de la luz, la parte superior de su sombra está a 75 pies de ella. La parte superior de la sombra del niño está a $77\frac{7}{9}$ pies de la luz, de manera que la sombra del niño se extiende $2\frac{7}{9}$ pies más allá de la sombra del hombre.
c) $d = 80$ pies
d) Sea x la distancia entre el hombre y la luz, y s la distancia entre la luz y la parte superior de su sombra.
Si $0 < x < 80$, $ds/dt = -50/9$.
Si $x > 80$, $ds/dt = -25/4$.
Existe una discontinuidad en $x = 80$.

11. Demostración. La gráfica de L es una recta por el origen $(0, 0)$.

13. *a*)

$z°$	0.1	0.01	0.0001
$\dfrac{\operatorname{sen} z}{z}$	0.0174532837	0.0174532924	0.0174532925

b) $\pi/180$ *c*) $(\pi/180)\cos z$
d) $S(90) = 1,\ C(180) = -1;\ (\pi/180)C(z)$
e) Las respuestas varían.

15. *a*) j sería la razón de cambio de la aceleración.
b) $j = 0$. La aceleración es constante de manera que no hay cambio en la aceleración.
c) a: función de posición, d: función de velocidad, b: función de aceleración, c: función de estremecimiento

Capítulo 3

Sección 3.1 (página 169)

1. $f'(0) = 0$ **3.** $f'(2) = 0$ **5.** $f'(-2)$ no está definida

7. 2, máximo absoluto (y máximo relativo)

9. 1, máximo absoluto (y máximo relativo);
2, mínimo absoluto (y mínimo relativo);
3, máximo absoluto (y máximo relativo)

11. $x = 0, x = 2$ **13.** $t = 8/3$ **15.** $x = \pi/3, \pi, 5\pi/3$

17. Mínimo: $(2, 1)$
Máximo: $(-1, 4)$

19. Mínimo: $(1, -1)$
Máximo: $(4, 8)$

21. Mínimo: $\left(-1, -\frac{5}{2}\right)$
Máximo: $(2, 2)$

23. Mínimo: $(0, 0)$
Máximo: $(-1, 5)$

25. Mínimo: $(0, 0)$
Máximos: $\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ y $\left(1, \frac{1}{4}\right)$

27. Mínimo: $(1, -1)$
Máximo: $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$

29. Mínimo: $(-1, -1)$
Máximo: $(3, 3)$

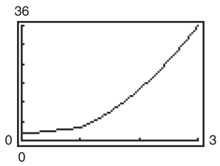
31. El mínimo valor es -2 para el intervalo $-2 \le x < -1$.
Máximo: $(2, 2)$

33. Mínimo: $\left(1/6, \sqrt{3}/2\right)$
Máximo: $(0, 1)$

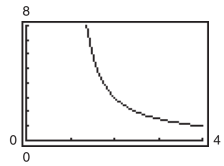
35. Mínimo: $(\pi, -3)$
Máximos: $(0, 3)$ y $(2\pi, 3)$

37. *a*) Mínimo: $(0, -3)$;
Máximo: $(2, 1)$
b) Mínimo: $(0, -3)$
c) Máximo: $(2, 1)$
d) No hay extremos

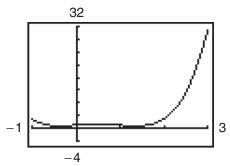
39. *a*) Mínimo: $(1, -1)$;
Máximo: $(-1, 3)$
b) Máximo: $(3, 3)$
c) Mínimo: $(1, -1)$
d) Mínimo: $(1, -1)$

41.


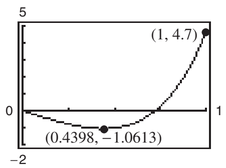
Mínimo: $(0, 2)$
Máximo: $(3, 36)$

43.


Mínimo: $(4, 1)$

45.


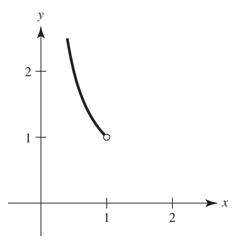
Mínimos: $\left(\frac{-\sqrt{3}+1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ y $\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}, \frac{3}{4}\right)$
Máximo: $(3, 31)$

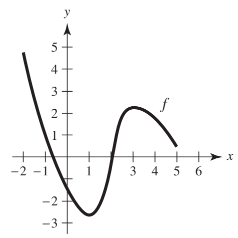
47. *a)*


b) Mínimo: $(0.4398, -1.0613)$

49. Máximo: $\left|f''\left(\sqrt[3]{-10+\sqrt{108}}\right)\right| = f''\left(\sqrt{3}-1\right) \approx 1.47$

51. Máximo: $|f^{(4)}(0)| = \frac{56}{81}$

53. Las respuestas varían. Por ejemplo, la función $f(x) = 1/x$. f es continua en (0, 1) pero no tiene un mínimo ni un máximo.


55. Las respuestas varían. Por ejemplo:


57. *a)* Sí *b)* No **59.** *a)* No *b)* Sí

61. Máximo: $P(12) = 72$; No. P es decreciente para $I > 12$.

63. $\theta = \operatorname{arcsec}\sqrt{3} \approx 0.9553$ rad

65. Verdadero. **67.** Verdadero **69.** Demostración

71. Problema Putnam B3, 2004

Sección 3.2 (página 176)

1. $f(-1) = f(1) = 1$; f no es continua en $[-1, 1]$.

3. $f(0) = f(2) = 0$; f no es derivable en $(0, 2)$.

5. $(2, 0), (-1, 0); f'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ **7.** $(0, 0), (-4, 0); f'\left(-\frac{8}{3}\right) = 0$

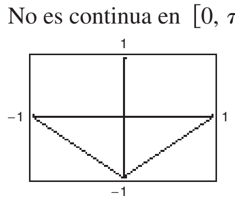
9. $f'(-1) = 0$ **11.** $f'\left(\frac{3}{2}\right) = 0$

13. $f'\left(\frac{6-\sqrt{3}}{3}\right) = 0$; $f'\left(\frac{6+\sqrt{3}}{3}\right) = 0$

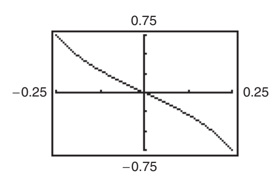
15. No es derivable en $x = 0$ **17.** $f'\left(-2+\sqrt{5}\right) = 0$

19. $f'(\pi/2) = 0$; $f'(3\pi/2) = 0$ **21.** $f'(0.249) \approx 0$

23. No es continua en $[0, \pi]$

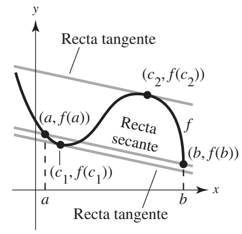
25.


El teorema de Rolle no aplica.

27.


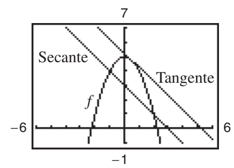
El teorema de Rolle no aplica.

29. *a)* $f(1) = f(2) = 38$
b) Velocidad $= 0$ para alguna t en $(1, 2)$; $t = \frac{3}{2}$ s

31.


33. La función no es continua en $[0, 6]$.

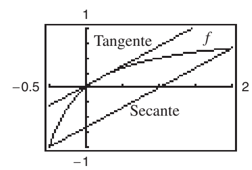
35. La función no es continua en $[0, 6]$.

37. *a)* Recta secante: $x + y - 3 = 0$ *b)* $c = \frac{1}{2}$
c) Recta tangente: $4x + 4y - 21 = 0$
d)


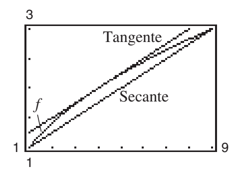
39. $f'(-1/2) = -1$ **41.** $f'(1/\sqrt{3}) = 3, f'(-1/\sqrt{3}) = 3$

43. $f'(8/27) = 1$ **45.** f no es derivable en $x = -\frac{1}{2}$.

47. $f'(\pi/2) = 0$

49. *a)* a *c)*


b) $y = \frac{2}{3}(x - 1)$
c) $y = \frac{1}{3}\left(2x + 5 - 2\sqrt{6}\right)$

51. *a)* a *c)*


b) $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$
c) $y = \frac{1}{4}x + 1$

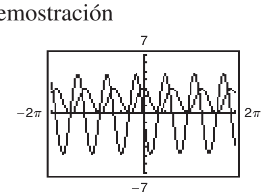
53. *a)* -14.7 m/s *b)* 1.5 s

55. No. Por ejemplo, $f(x) = x^2$ en $[-1, 2]$.

57. No. $f(x)$ no es continua en [0, 1]. De manera que no satisface la hipótesis del teorema de Rolle.

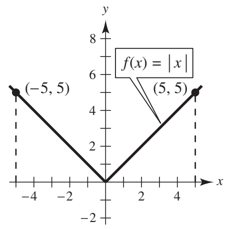
59. De acuerdo con el teorema del valor medio, existe un momento en el que la velocidad del aeroplano debe ser igual a la velocidad promedio que es de 454.5 mph. La velocidad era de 400 mi/h cuando el aeroplano aceleró a 454.5 mph y se desaceleró desde esa velocidad.

61. Demostración

63. *a)*


b) Sí; sí
c) Dado que $f(-1) = f(1) = 0$, el teorema de Rolle aplica en $[-1, 1]$. Como $f(1) = 0$ y $f(2) = 3$, el teorema de Rolle no aplica en $[1, 2]$.
d) $\lim_{x\to 3^-} f'(x) = 0$; $\lim_{x\to 3^+} f'(x) = 0$

65.



67. Demostración

69. Demostración

71. $a = 6, b = 1, c = 2$ **73.** $f(x) = 5$ **75.** $f(x) = x^2 - 1$

77. Falso. f no es continua en $[-1, 1]$. **79.** Verdadero

81 a 89. Demostraciones

Sección 3.3 (página 186)

1. *a)* $(0, 6)$ *b)* $(6, 8)$

3. Creciente en $(3, \infty)$; decreciente en $(-\infty, 3)$

5. Creciente en $(-\infty, -2)$ y $(2, \infty)$; decreciente en $(-2, 2)$

7. Creciente en $(-\infty, -1)$; decreciente en $(-1, \infty)$

9. Creciente en $(1, \infty)$; decreciente en $(-\infty, 1)$

11. Creciente en $\left(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\right)$
Decreciente en $\left(-4, -2\sqrt{2}\right)$ y $\left(2\sqrt{2}, 4\right)$

13. Creciente en $(0, \pi/2)$ y $(3\pi/2, 2\pi)$;
Decreciente en $(\pi/2, 3\pi/2)$

15. Creciente en $(0, 7\pi/6)$ y $(11\pi/6, 2\pi)$;
Decreciente en $(7\pi/6, 11\pi/6)$

17. *a)* Número crítico: $x = 2$
b) Creciente en $(2, \infty)$; decreciente en $(-\infty, 2)$
c) Mínimo relativo: $(2, -4)$

19. *a)* Número crítico: $x = 1$
b) Creciente en $(-\infty, 1)$; decreciente en $(1, \infty)$
c) Máximo relativo: $(1, 5)$

21. *a)* Números críticos: $x = -2, 1$
b) Creciente en $(-\infty, -2)$ y $(1, \infty)$; decreciente en $(-2, 1)$
c) Máximo relativo: $(-2, 20)$; mínimo relativo: $(1, -7)$

23. *a)* Números críticos: $x = -\frac{5}{3}, 1$
b) Creciente en $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right), (1, \infty)$
Decreciente en $\left(-\frac{5}{3}, 1\right)$
c) Máximo relativo: $\left(-\frac{5}{3}, \frac{256}{27}\right)$
Mínimo relativo: $(1, 0)$

25. *a)* Números críticos: $x = \pm 1$
b) Creciente en $(-\infty, -1)$ y $(1, \infty)$; decreciente en $(-1, 1)$
c) Máximo relativo: $\left(-1, \frac{4}{5}\right)$; mínimo relativo: $\left(1, -\frac{4}{5}\right)$

27. *a)* Número crítico: $x = 0$
b) Creciente en $(-\infty, \infty)$
c) No tiene extremos relativos

29. *a)* Número crítico: $x = -2$
b) Creciente en $(-2, \infty)$; decreciente en $(-\infty, -2)$
c) Mínimo relativo: $(-2, 0)$

31. *a)* Número crítico: $x = 5$
b) Creciente en $(-\infty, 5)$; decreciente en $(5, \infty)$
c) Máximo relativo: $(5, 5)$

33. *a)* Números críticos: $x = \pm\sqrt{2}/2$; discontinuidad en: $x = 0$
b) Creciente en $(-\infty, -\sqrt{2}/2)$ y $(\sqrt{2}/2, \infty)$
Decreciente en $\left(-\sqrt{2}/2, 0\right)$ y $\left(0, \sqrt{2}/2\right)$
c) Máximo relativo: $\left(-\sqrt{2}/2, -2\sqrt{2}\right)$
Mínimo relativo: $\left(\sqrt{2}/2, 2\sqrt{2}\right)$

35. *a)* Número crítico: $x = 0$; discontinuidades en $x = \pm 3$
b) Creciente en $(-\infty, -3)$ y $(-3, 0)$
Decreciente en $(0, 3)$ y $(3, \infty)$
c) Máximo relativo: $(0, 0)$

37. *a)* Números críticos: $x = -3, 1$; discontinuidades en $x = -1$
b) Creciente en $(-\infty, -3)$ y $(1, \infty)$
Decreciente en $(-3, -1)$ y $(-1, 1)$
c) Máximo relativo: $(-3, -8)$; mínimo relativo: $(1, 0)$

39. *a)* Número crítico: $x = 0$
b) Creciente en $(-\infty, 0)$; decreciente en $(0, \infty)$
c) No tiene extremos relativos

41. *a)* Número crítico: $x = 1$
b) Creciente en $(-\infty, 1)$; decreciente en $(1, \infty)$
c) Máximo relativo: $(1, 4)$

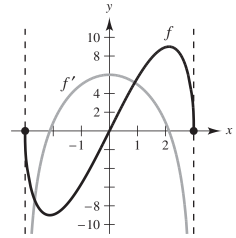
43. *a)* Números críticos: $x = \pi/6, 5\pi/6$
Creciente en $(0, \pi/6), (5\pi/6, 2\pi)$
Decreciente en $(\pi/6, 5\pi/6)$
b) Máximo relativo: $\left(\pi/6, \left(\pi + 6\sqrt{3}\right)/12\right)$
Mínimo relativo: $\left(5\pi/6, (5\pi - 6\sqrt{3})/12\right)$

45. *a)* Números críticos: $x = \pi/4, 5\pi/4$
Creciente en $(0, \pi/4), (5\pi/4, 2\pi)$
Decreciente en $(\pi/4, 5\pi/4)$
b) Máximo relativo: $\left(\pi/4, \sqrt{2}\right)$
Mínimo relativo: $(5\pi/4, -\sqrt{2})$

47. *a)* Números críticos:
$x = \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4$
Creciente en $(\pi/4, \pi/2), (3\pi/4, \pi), (5\pi/4, 3\pi/2),$
$(7\pi/4, 2\pi)$
Decreciente en $(0, \pi/4), (\pi/2, 3\pi/4), (\pi, 5\pi/4),$
$(3\pi/2, 7\pi/4)$
b) Máximos relativos: $(\pi/2, 1), (\pi, 1), (3\pi/2, 1)$
Mínimos relativos: $(\pi/4, 0), (3\pi/4, 0), (5\pi/4, 0), (7\pi/4, 0)$

49. *a)* Números críticos: $\pi/2, 7\pi/6, 3\pi/2, 11\pi/6$
Creciente en $\left(0, \dfrac{\pi}{2}\right), \left(\dfrac{7\pi}{6}, \dfrac{3\pi}{2}\right), \left(\dfrac{11\pi}{6}, 2\pi\right)$
Decreciente en $\left(\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{7\pi}{6}\right), \left(\dfrac{3\pi}{2}, \dfrac{11\pi}{6}\right)$
b) Máximos relativos: $\left(\dfrac{\pi}{2}, 2\right), \left(\dfrac{3\pi}{2}, 0\right)$
Mínimos relativos: $\left(\dfrac{7\pi}{6}, -\dfrac{1}{4}\right), \left(\dfrac{11\pi}{6}, -\dfrac{1}{4}\right)$

51. *a)* $f'(x) = 2(9 - 2x^2)/\sqrt{9 - x^2}$
b)

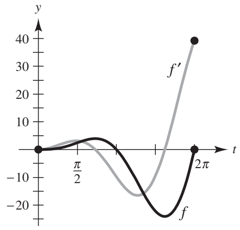


c) Números críticos:
$x = \pm 3\sqrt{2}/2$

d) $f' > 0$ en $\left(-3\sqrt{2}/2, 3\sqrt{2}/2\right)$
$f' < 0$ en $\left(-3, -3\sqrt{2}/2\right), \left(3\sqrt{2}/2, 3\right)$

53. *a*) $f'(t) = t(t \cos t + 2 \text{ sen } t)$

b)



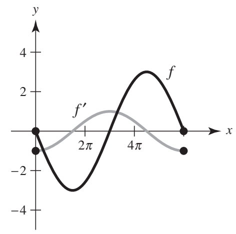
c) Números críticos: $t = 2.2889, 5.0870$

d) $f' > 0$ en $(0, 2.2889)$, $(5.0870, 2\pi)$

$f' < 0$ en $(2.2889, 5.0870)$

55. *a*) $f'(x) = -\cos(x/3)$

b)



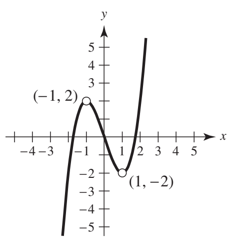
c) Números críticos: $x = 3\pi/2, 9\pi/2$

d) $f' > 0$ en $\left(\dfrac{3\pi}{2}, \dfrac{9\pi}{2}\right)$

$f' < 0$ en $\left(0, \dfrac{3\pi}{2}\right), \left(\dfrac{9\pi}{2}, 6\pi\right)$

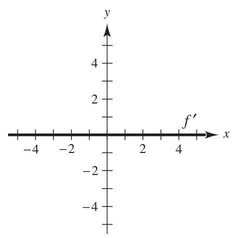
57. $f(x)$ es simétrica respecto al origen.

Ceros: $(0, 0), \left(\pm\sqrt{3}, 0\right)$

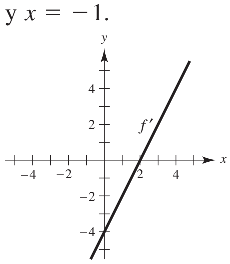


$g(x)$ es continua en $(-\infty, \infty)$ y $f(x)$ tiene huecos en $x = 1$ y $x = -1$.

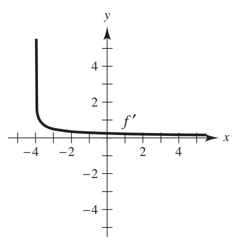
59.



61.



63.



65. *a*) Creciente en $(2, \infty)$; decreciente en $(-\infty, 2)$

b) Mínimo relativo: $x = 2$

67. *a*) Creciente en $(-\infty, -1)$ y $(0, 1)$; decreciente en $(-1, 0)$ y $(1, \infty)$

b) Máximos relativos: $x = -1$ y $x = 1$

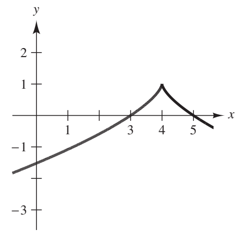
Mínimo relativo: $x = 0$

69. *a*) Números críticos: $x = -1, x = 1, x = 2$

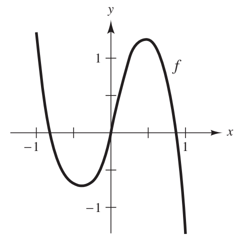
b) Máximo relativo en $x = 1$, mínimo relativo en $x = 2$ y ni uno ni otro en $x = -1$

71. $g'(0) < 0$ **73.** $g'(-6) < 0$ **75.** $g'(0) > 0$

77. Las respuestas varían. Ejemplo de respuesta:



79. *a*)



b) Números críticos: $x \approx -0.40$ y $x \approx 0.48$

c) Máximo relativo: $(0.48, 1.25)$

Mínimo relativo: $(-0.40, 0.75)$

81. *a*) $s'(t) = 9.8(\text{sen } \theta)t$; velocidad $= |9.8(\text{sen } \theta)t|$

b)

θ	0	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	π
$s'(t)$	0	$4.9\sqrt{2}t$	$4.9\sqrt{3}t$	$9.8t$	$4.9\sqrt{3}t$	$4.9\sqrt{2}t$	0

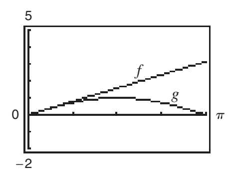
La velocidad es máxima en $\theta = \pi/2$.

83. *a*)

x	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$f(x)$	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$g(x)$	0.48	0.84	1.00	0.91	0.60	0.14

$f(x) > g(x)$

b)



$f(x) > g(x)$

c) Demostración

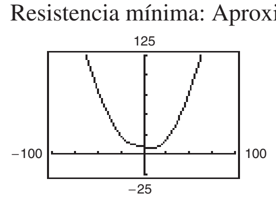
85. $r = 2R/3$

87. *a*) $\dfrac{dR}{dT} = \dfrac{0.004T^3 - 4}{2\sqrt{0.001T^4 - 4T + 100}}$

Número crítico: $T = 10$

Resistencia mínima: Aproximadamente 8.3666 ohms

b)



Resistencia mínima: Aproximadamente 8.3666 ohms

89. *a*) $v(t) = 6 - 2t$ *b*) $(0, 3)$ *c*) $(3, \infty)$ *d*) $t = 3$

91. *a)* $v(t) = 3t^2 - 10t + 4$

b) $\left(0, \left(5 - \sqrt{13}\right)/3\right)$ y $\left(\left(5 + \sqrt{13}\right)/3, \infty\right)$

c) $\left(\dfrac{5 - \sqrt{13}}{3}, \dfrac{5 + \sqrt{13}}{3}\right)$ *d)* $t = \dfrac{5 \pm \sqrt{13}}{3}$

93. Las respuestas varían

95. *a)* Grado mínimo: 3

b) $a_3(0)^3 + a_2(0)^2 + a_1(0) + a_0 = 0$
$a_3(2)^3 + a_2(2)^2 + a_1(2) + a_0 = 2$
$3a_3(0)^2 + 2a_2(0) + a_1 = 0$
$3a_3(2)^2 + 2a_2(2) + a_1 = 0$

c) $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2$

97. *a)* Grado mínimo: 4

b) $a_4(0)^4 + a_3(0)^3 + a_2(0)^2 + a_1(0) + a_0 = 0$
$a_4(2)^4 + a_3(2)^3 + a_2(2)^2 + a_1(2) + a_0 = 4$
$a_4(4)^4 + a_3(4)^3 + a_2(4)^2 + a_1(4) + a_0 = 0$
$4a_4(0)^3 + 3a_3(0)^2 + 2a_2(0) + a_1 = 0$
$4a_4(2)^3 + 3a_3(2)^2 + 2a_2(2) + a_1 = 0$
$4a_4(4)^3 + 3a_3(4)^2 + 2a_2(4) + a_1 = 0$

c) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4x^2$

99. Verdadero **101.** Falso. Sea $f(x) = x^3$.

103. Falso. Sea $f(x) = x^3$. Hay un número crítico en $x = 0$, pero no un extremo relativo.

105 a 107. Demostraciones

Sección 3.4 (página 195)

1. $f' > 0, f'' > 0$ **3.** $f' < 0, f'' < 0$

5. Cóncava hacia arriba: $(-\infty, \infty)$

7. Cóncava hacia arriba: $(-\infty, 1)$; cóncava hacia abajo: $(1, \infty)$

9. Cóncava hacia arriba: $(-\infty, 2)$; cóncava hacia abajo: $(2, \infty)$

11. Cóncava hacia arriba: $(-\infty, -2)$, $(2, \infty)$
Cóncava hacia abajo: $(-2, 2)$

13. Cóncava hacia arriba: $(-\infty, -1)$, $(1, \infty)$
Cóncava hacia abajo: $(-1, 1)$

15. Cóncava hacia arriba: $(-2, 2)$
Cóncava hacia abajo: $(-\infty, -2)$, $(2, \infty)$

17. Cóncava hacia arriba: $(-\pi/2, 0)$; cóncava hacia abajo: $(0, \pi/2)$

19. Puntos de inflexión: $(-2, -8)$, $(0, 0)$
Cóncava hacia arriba: $(-\infty, -2)$, $(0, \infty)$
Cóncava hacia abajo: $(-2, 0)$

21. Punto de inflexión: $(2, 8)$; cóncava hacia abajo: $(-\infty, 2)$
Cóncava hacia arriba: $(2, \infty)$

23. Puntos de inflexión: $\left(\pm 2\sqrt{3}/3, -20/9\right)$
Cóncava hacia arriba: $\left(-\infty, -2\sqrt{3}/3\right)$, $\left(2\sqrt{3}/3, \infty\right)$
Cóncava hacia abajo: $\left(-2\sqrt{3}/3, 2\sqrt{3}/3\right)$

25. Puntos de inflexión: $(2, -16)$, $(4, 0)$
Cóncava hacia arriba: $(-\infty, 2)$, $(4, \infty)$; cóncava hacia abajo: $(2, 4)$

27. Cóncava hacia arriba: $(-3, \infty)$

29. Puntos de inflexión: $\left(-\sqrt{3}/3, 3\right)$, $\left(\sqrt{3}/3, 3\right)$
Cóncava hacia arriba: $\left(-\infty, -\sqrt{3}/3\right)$, $\left(\sqrt{3}/3, \infty\right)$
Cóncava hacia abajo: $\left(-\sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3\right)$

31. Punto de inflexión: $(2\pi, 0)$
Cóncava hacia arriba: $(2\pi, 4\pi)$; cóncava hacia abajo: $(0, 2\pi)$

33. Cóncava hacia arriba: $(0, \pi)$, $(2\pi, 3\pi)$
Cóncava hacia abajo: $(\pi, 2\pi)$, $(3\pi, 4\pi)$

35. Puntos de inflexión: $(\pi, 0)$, $(1.823, 1.452)$, $(4.46, -1.452)$
Cóncava hacia arriba: $(1.823, \pi)$, $(4.46, 2\pi)$
Cóncava hacia abajo: $(0, 1.823)$, $(\pi, 4.46)$

37. Mínimo relativo: $(5, 0)$ **39.** Máximo relativo: $(3, 9)$

41. Máximo relativo: $(0, 3)$; mínimo relativo: $(2, -1)$

43. Mínimo relativo: $(3, -25)$

45. Máximo relativo: $(2.4, 268.74)$; mínimo relativo: $(0, 0)$

47. Mínimo relativo: $(0, -3)$

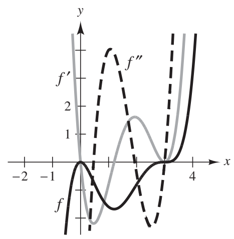
49. Máximo relativo: $(-2, -4)$; mínimo relativo: $(2, 4)$

51. No hay extremos relativos porque f no es creciente

53. *a)* $f'(x) = 0.2x(x - 3)^2(5x - 6)$
$f''(x) = 0.4(x - 3)(10x^2 - 24x + 9)$

b) Máximo relativo: $(0, 0)$
Mínimo relativo: $(1.2, -1.6796)$
Puntos de inflexión: $(0.4652, -0.7048)$, $(1.9348, -0.9048)$, $(3, 0)$

c)

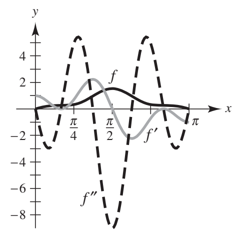


f es creciente cuando f' es positiva, y decreciente cuando f' es negativa. f es cóncava hacia arriba cuando f'' es positiva y cóncava hacia abajo cuando f'' es negativa.

55. *a)* $f'(x) = \cos x - \cos 3x + \cos 5x$
$f''(x) = -\operatorname{sen} x + 3 \operatorname{sen} 3x - 5 \operatorname{sen} 5x$

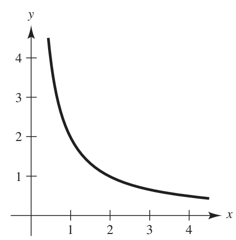
b) Máximo relativo: $(\pi/2, 1.53333)$
Puntos de inflexión: $(\pi/6, 0.2667)$, $(1.1731, 0.9637)$, $(1.9685, 0.9637)$, $(5\pi/6, 0.2667)$

c)

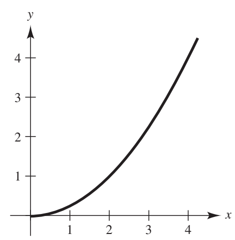


f es creciente cuando f' es positiva, y decreciente cuando f' es negativa. f es cóncava hacia arriba cuando f'' es positiva y cóncava hacia abajo cuando f'' es negativa.

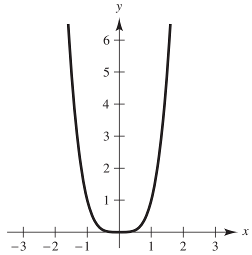
57. *a)*



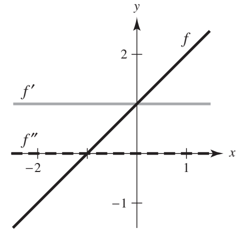
b)

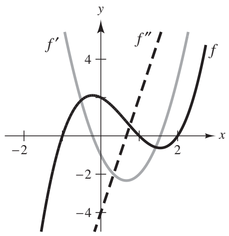


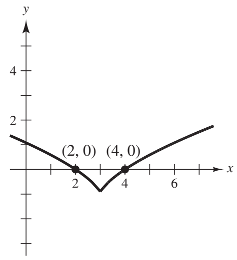
59. Las respuestas varían. Ejemplo: $f(x) = x^4$; $f''(0) = 0$, pero $(0, 0)$ no es un punto de inflexión.

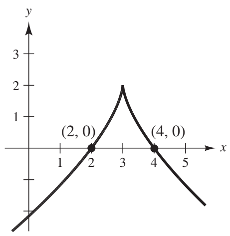


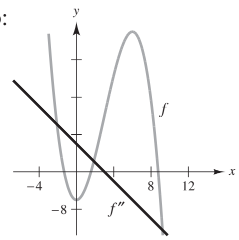
61.



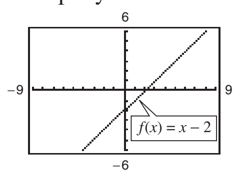
63. 

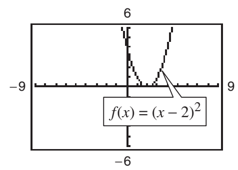
65. 

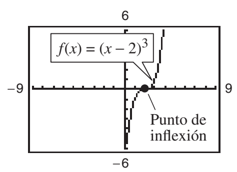
67. 

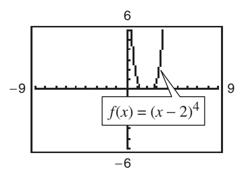
69. Ejemplo: 

71. *a*) $f(x) = (x - 2)^n$ tiene un punto de inflexión en $(2, 0)$ si n es impar y $n \geq 3$.









b) Demostración

73. $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 6x^2 + \frac{45}{2}x - 24$

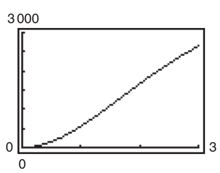
75. *a*) $f(x) = \frac{1}{32}x^3 + \frac{3}{16}x^2$ *b*) A dos millas del aterrizaje

77. $x = \left(\dfrac{15 - \sqrt{33}}{16}\right)L \approx 0.578L$ **79.** $x = 100$ unidades

81. *a*)

t	0.5	1	1.5	2	2.5	3
S	151.5	555.6	1 097.6	1 666.7	2 193.0	2 647.1

$1.5 < t < 2$

b) 

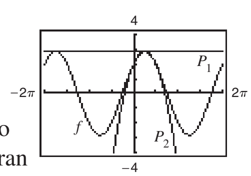
c) Aproximadamente 1.633 años

$t \approx 1.5$

83. $P_1(x) = 2\sqrt{2}$

$P_2(x) = 2\sqrt{2} - \sqrt{2}(x - \pi/4)^2$

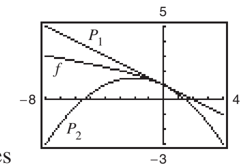
Los valores de f, P_1 y P_2 y sus primeras derivadas son iguales cuando $x = \pi/4$. Las aproximaciones empeoran conforme nos alejemos de ese valor.

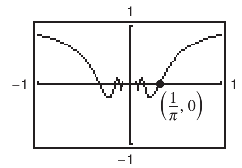


85. $P_1(x) = 1 - x/2$

$P_2(x) = 1 - x/2 - x^2/8$

Los valores de f, P_1 y P_2 y sus primeras derivadas son iguales cuando $x = 0$. Las aproximaciones empeoran conforme nos alejemos de ese valor.



87. 

89. Demostración

91. Verdadero

93. Falso. f es cóncava hacia arriba en $x = c$ si $f''(c) > 0$.

95. Demostración

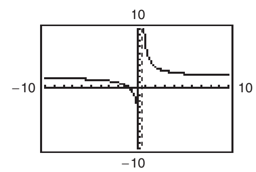
Sección 3.5 (página 205)

1. *f* **2.** *c* **3.** *d* **4.** *a* **5.** *b* **6.** *e*

7.

x	10^0	10^1	10^2	10^3
$f(x)$	7	2.2632	2.0251	2.0025

x	10^4	10^5	10^6
$f(x)$	2.0003	2.0000	2.0000

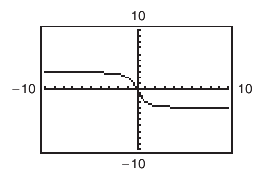


$\lim_{x\to\infty} \dfrac{4x + 3}{2x - 1} = 2$

9.

x	10^0	10^1	10^2	10^3
$f(x)$	-2	-2.9814	-2.9998	-3.0000

x	10^4	10^5	10^6
$f(x)$	-3.0000	-3.0000	-3.0000

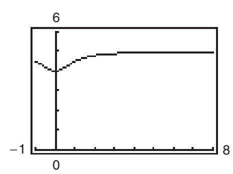


$\lim_{x\to\infty} \dfrac{-6x}{\sqrt{4x^2 + 5}} = -3$

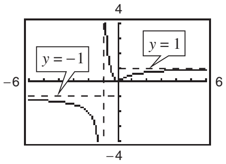
11.

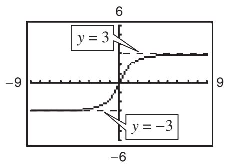
x	10^0	10^1	10^2	10^3
$f(x)$	4.5000	4.9901	4.9999	5.0000

x	10^4	10^5	10^6
$f(x)$	5.0000	5.0000	5.0000



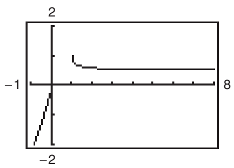
$\lim_{x\to\infty} \left(5 - \dfrac{1}{x^2 + 1}\right) = 5$

13. *a*) ∞ *b*) 5 *c*) 0 **15.** *a*) 0 *b*) 1 *c*) ∞
17. *a*) 0 *b*) $-\frac{2}{3}$ c) $-\infty$ **19.** 4 **21.** $\frac{2}{3}$ **23.** 0
25. $-\infty$ **27.** -1 **29.** -2 **31.** $\frac{1}{2}$ **33.** ∞
35. 0 **37.** 0
39.


41.


43. 1 **45.** 0 **47.** $\frac{1}{6}$
49.

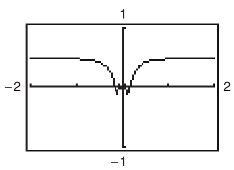
x	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
$f(x)$	1.000	0.513	0.501	0.500	0.500	0.500	0.500



$$\lim_{x\to\infty}\left[x - \sqrt{x(x-1)}\right] = \frac{1}{2}$$

51.

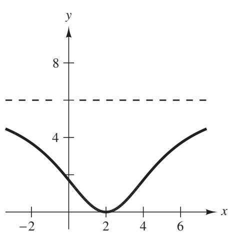
x	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
$f(x)$	0.479	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500



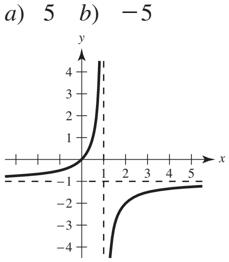
La gráfica tiene un hueco en $x = 0$.
$$\lim_{x\to\infty} x \operatorname{sen}\frac{1}{2x} = \frac{1}{2}$$

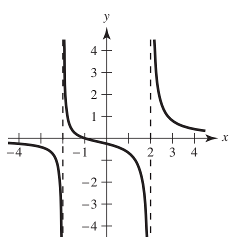
53. Conforme x crece $f(x)$ tiende a 4.

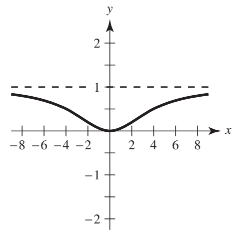
55. Las respuestas varían. Ejemplo: sea $f(x) = \dfrac{-6}{0.1(x-2)^2 + 1} + 6$.

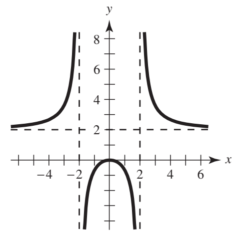


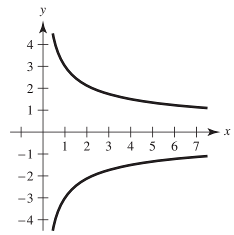
57. *a*) 5 *b*) -5

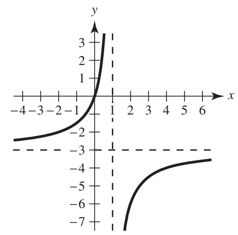
59.


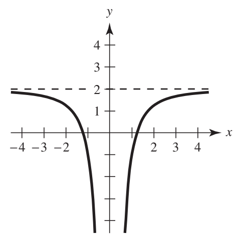
61.


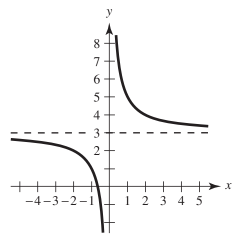
63.


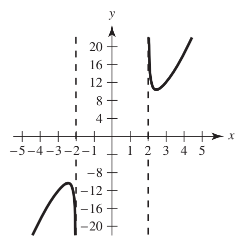
65.


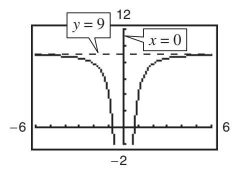
67.


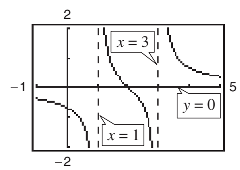
69.


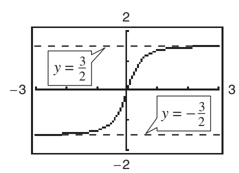
71.


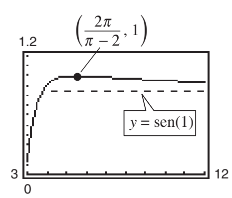
73.


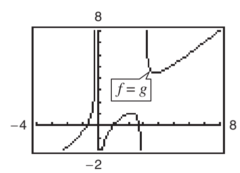
75.


77.


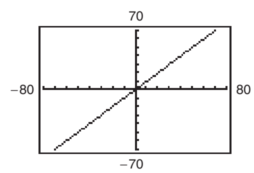
79.


81.


83.


85. *a*)


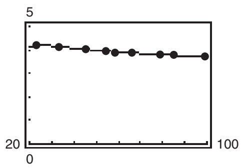
b) Demostración

c)


La asíntota oblicua $y = x$

87. 100% **89.** $\lim_{t\to\infty} N(t) = +\infty$; $\lim_{t\to\infty} E(t) = c$

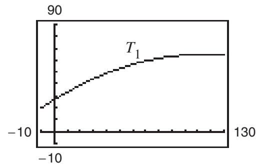
91. *a*)



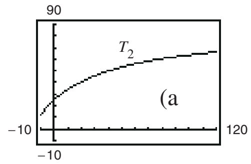
b) Sí. $\lim\limits_{t \to \infty} y = 3.351$

93. *a*) $T_1 = -0.003t^2 + 0.68t + 26.6$

b)



c)

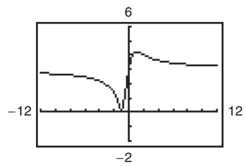


d) $T_1(0) \approx 26.6°$, $T_2(0) \approx 25.0°$ *e*) 86

f) La temperatura limitante es de 86°.
No. T_1 no tiene asíntotas horizontales.

95. *a*) $d(m) = \dfrac{|3m + 3|}{\sqrt{m^2 + 1}}$

b)



c) $\lim\limits_{m \to \infty} d(m) = 3$

$\lim\limits_{m \to -\infty} d(m) = 3$

La distancia se aproxima a 3 cuando m tiende a $\pm\infty$.

97. *a*) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 2$ *b*) $x_1 = \sqrt{\dfrac{4 - 2\varepsilon}{\varepsilon}}, x_2 = -\sqrt{\dfrac{4 - 2\varepsilon}{\varepsilon}}$

c) $\sqrt{\dfrac{4 - 2\varepsilon}{\varepsilon}}$ *d*) $-\sqrt{\dfrac{4 - 2\varepsilon}{\varepsilon}}$

99. *a*) Las respuestas varían. $M = \dfrac{5\sqrt{33}}{11}$ **101–105.** Demostraciones

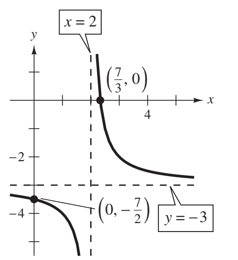
b) Las respuestas varían. $M = \dfrac{29\sqrt{177}}{59}$

107. Falso. Sea $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2 + 2}}$. $f'(x) > 0$ para todo número real.

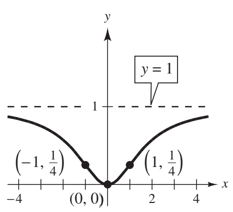
Sección 3.6 (página 215)

1. *d* **2.** *c* **3.** *a* **4.** *b*

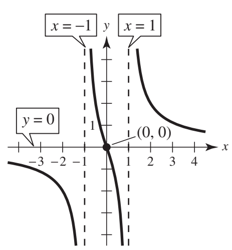
5.



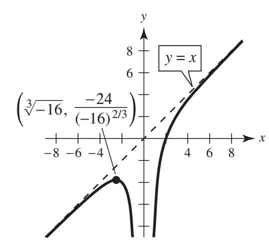
7.



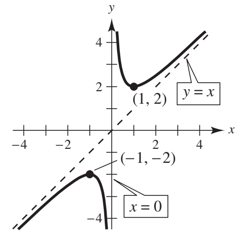
9.



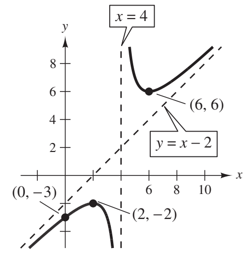
11.



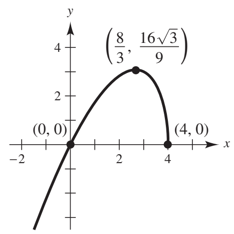
13.



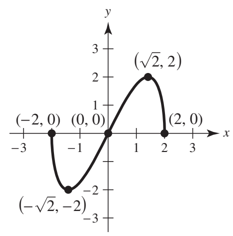
15.



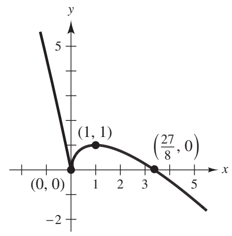
17.



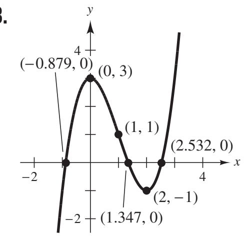
19.



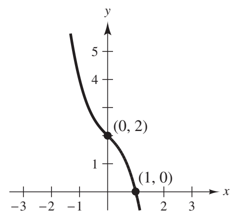
21.



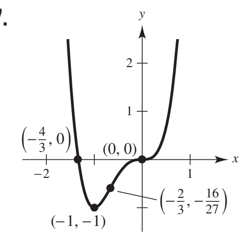
23.



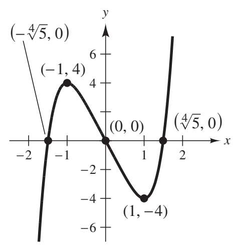
25.



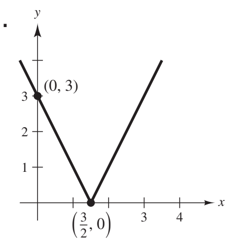
27.



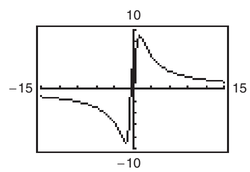
29.



31.

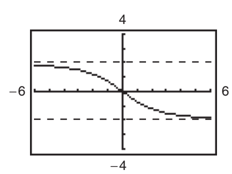


33.



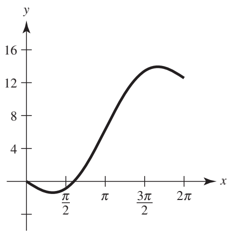
Mínimo: $(-1.10, -9.05)$
Máximo: $(1.10, 9.05)$
Puntos de inflexión:
$(-1.84, -7.86), (1.84, 7.86)$
Asíntota vertical: $x = 0$
Asíntota horizontal: $y = 0$

35.

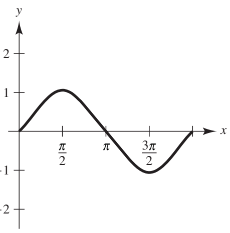


Punto de inflexión: $(0, 0)$
Asíntota horizontal: $y = \pm 2$

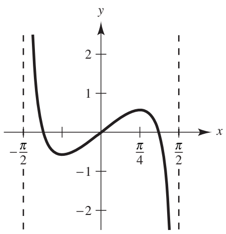
37.



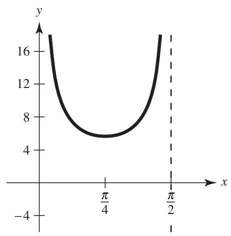
39.



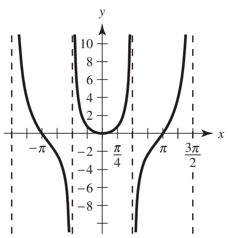
41.



43.

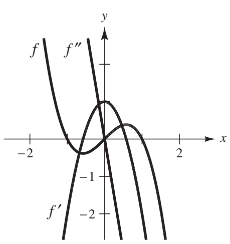


45.



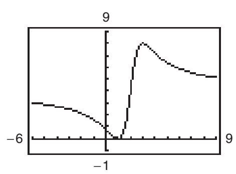
47. f es decreciente en $(2, 8)$ y por tanto $f(3) > f(5)$.

49.



Los ceros de f' corresponden a los puntos en los que la gráfica de f tiene tangentes horizontales. El cero de f'' corresponde al punto en el que la gráfica de f' tiene una tangente horizontal.

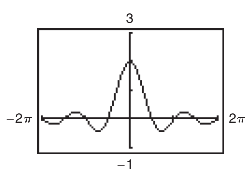
51.



La gráfica cruza la asíntota horizontal $y = 4$.

La gráfica de una función f no cruza su asíntota vertical $x = c$ porque no existe $f(c)$.

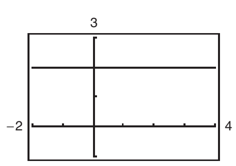
53.



La gráfica tiene un hueco en $x = 0$. La gráfica cruza la asíntota horizontal $y = 0$.

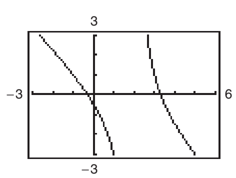
La gráfica de una función f no cruza su asíntota vertical $x = c$ porque no existe $f(c)$.

55.



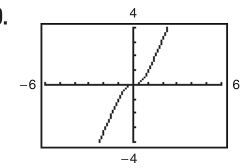
La gráfica tiene un hueco en $x = 3$. La función racional no se redujo a su mínima expresión.

57.



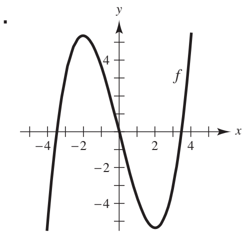
La gráfica parece aproximarse a la recta $y = -x + 1$, que es la asíntota oblicua.

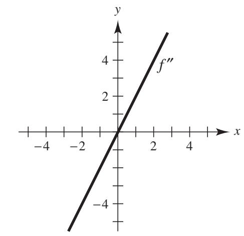
59.



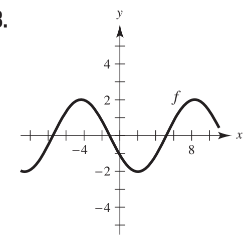
La gráfica parece aproximarse a la recta $y = 2x$, que es la asíntota oblicua.

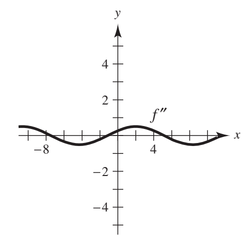
61.



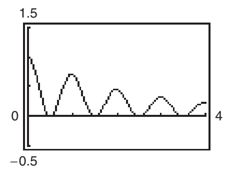


63.





65. *a*)



La gráfica tiene huecos en $x = 0$ y en $x = 4$.

Números críticos por aproximación visual: $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}$

b) $f'(x) = \dfrac{-x\cos^2(\pi x)}{(x^2+1)^{3/2}} - \dfrac{2\pi\,\text{sen}(\pi x)\cos(\pi x)}{\sqrt{x^2+1}}$

Números o puntos críticos aproximados: $\frac{1}{2}, 0.97, \frac{3}{2}, 1.98, \frac{5}{2}, 2.98, \frac{7}{2}$.

En el apartado *a*) donde se presentan los números o puntos críticos los máximos parecen ser enteros, pero al aproximarlos utilizando f' se observa que no son números enteros.

67. Las respuestas varían. Ejemplo: $y = 1/(x - 3)$

69. Las respuestas varían. Ejemplo: $y = (3x^2 - 7x - 5)/(x - 3)$

71. *a*) $f'(x) = 0$ para $x = \pm 2$; $f'(x) > 0$ para $(-\infty, -2), (2, \infty)$
$f'(x) < 0$ para $(-2, 2)$

b) $f''(x) = 0$ para $x = 0$; $f''(x) > 0$ para $(0, \infty)$
$f''(x) < 0$ para $(-\infty, 0)$

c) $(0, \infty)$

d) f' es mínima para $x = 0$.
f es decreciente a su mayor tasa en $x = 0$.

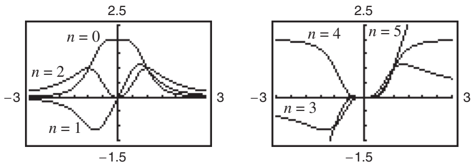
73. Las respuestas varían. Muestra de respuesta: la gráfica tiene una asíntota vertical en $x = b$. Si a y b son ambos positivos o ambos negativos, la gráfica de f tiende a ∞ cuando x tiende a b, y la gráfica tiene un mínimo en $x = -b$. Si a y b tienen signos opuestos, la gráfica de f tiende a $-\infty$ cuando x tiende a b, y la gráfica tiene un máximo en $x = -b$.

75. *a*) Si n es par, f es simétrica con respecto al eje y.
Si n es impar, f es simétrica respecto al origen.

b) $n = 0, 1, 2, 3$ *c*) $n = 4$

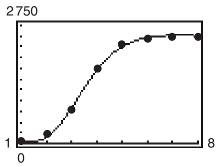
d) Cuando $n = 5$, la asíntota oblicua es $y = 2x$.

e)



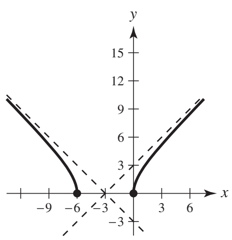
n	0	1	2	3	4	5
M	1	2	3	2	1	0
N	2	3	4	5	2	3

77. *a)*



b) 2 434
c) El número de bacterias alcanza su máximo al principio del séptimo día.
d) La razón de incremento del número de bacterias es mayor en la primera parte del tercer día.
e) 13 250/7

79. $y = x + 3$, $y = -x - 3$

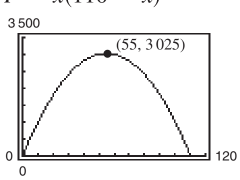


Sección 3.7 (página 223)

1. *a)* y *b)*

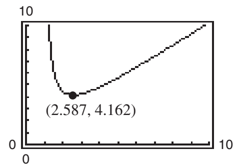
Primer número x	Segundo número	Producto P
10	$110 - 10$	$10(110 - 10) = 1\,000$
20	$110 - 20$	$20(110 - 20) = 1\,800$
30	$110 - 30$	$30(110 - 30) = 2\,400$
40	$110 - 40$	$40(110 - 40) = 2\,800$
50	$110 - 50$	$50(110 - 50) = 3\,000$
60	$110 - 60$	$60(110 - 60) = 3\,000$
70	$110 - 70$	$70(110 - 70) = 2\,800$
80	$110 - 80$	$80(110 - 80) = 2\,400$
90	$110 - 90$	$90(110 - 90) = 1\,800$
100	$110 - 100$	$100(110 - 100) = 1\,000$

El máximo está acotado entre $x = 50$ y 60.
c) $P = x(110 - x)$
d)

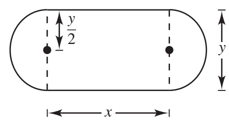


e) 55 y 55

3. $S/2$ y $S/2$ **5.** 21 y 7 **7.** 54 y 27
9. $l = w = 20$ m **11.** $l = w = 4\sqrt{2}$ pies **13.** $(1, 1)$
15. $\left(\frac{7}{2}, \sqrt{\frac{7}{2}}\right)$
17. Dimensiones de la página: $\left(2 + \sqrt{30}\right)$ pulg $\times$ $\left(2 + \sqrt{30}\right)$ pulg
19. $x = Q_0/2$ **21.** 700×350 m
23. *a)* Demostración *b)* $V_1 = 99$ pulg^3, $V_2 = 125$ pulg^3, $V_3 = 117$ pulg^3 *c)* $5 \times 5 \times 5$ pulg
25. Porción rectangular: $16/(\pi + 4) \times 32/(\pi + 4)$ pies
27. *a)* $L = \sqrt{x^2 + 4 + \dfrac{8}{x - 1} + \dfrac{4}{(x - 1)^2}}, \quad x > 1$
b)



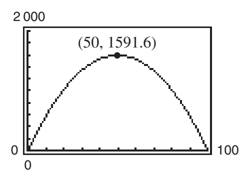
Mínimo cuando $x \approx 2.587$
c) (0, 0), (2, 0), (0, 4)
29. Ancho: $5\sqrt{2}/2$; longitud: $5\sqrt{2}$
31. *a)*



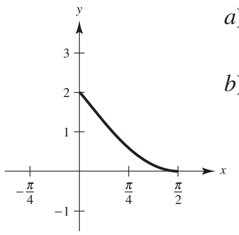
b)

Longitud x	Ancho y	Área xy
10	$2/\pi(100 - 10)$	$(10)\left(2/\pi\right)(100 - 10) \approx 573$
20	$2/\pi(100 - 20)$	$(20)\left(2/\pi\right)(100 - 20) \approx 1\,019$
30	$2/\pi(100 - 30)$	$(30)\left(2/\pi\right)(100 - 30) \approx 1\,337$
40	$2/\pi(100 - 40)$	$(40)\left(2/\pi\right)(100 - 40) \approx 1\,528$
50	$2/\pi(100 - 50)$	$(50)\left(2/\pi\right)(100 - 50) \approx 1\,592$
60	$2/\pi(100 - 60)$	$(60)\left(2/\pi\right)(100 - 60) \approx 1\,528$

El área máxima del rectángulo es aproximadamente 1 592 m^2.
c) $A = 2/\pi(100x - x^2), \quad 0 < x < 100$
d) $\dfrac{dA}{dx} = \dfrac{2}{\pi}(100 - 2x)$
$= 0$ cuando $x = 50$
El valor máximo es aproximadamente 1 592 cuando $x = 50$.
e)

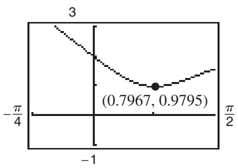


33. $18 \times 18 \times 36$ pulg **35.** $32\pi r^3/81$
37. No. El volumen cambia porque la forma del contenedor cambia cuando se comprime.
39. $r = \sqrt[3]{21/(2\pi)} \approx 1.50$ ($h = 0$, de manera que el sólido es una esfera).
41. Lado del cuadrado: $\dfrac{10\sqrt{3}}{9 + 4\sqrt{3}}$; lado del triángulo: $\dfrac{30}{9 + 4\sqrt{3}}$
43. $w = \left(20\sqrt{3}\right)/3$ pulg, $h = \left(20\sqrt{6}\right)/3$ pulg **45.** $\theta = \pi/4$
47. $h = \sqrt{2}$ pies **49.** Una milla del punto más cercano de la costa.
51. Demostración

53. 

a) Del origen a la intersección en y: 2
Del origen a la intersección en x: $\pi/2$

b) $d = \sqrt{x^2 + (2 - 2 \operatorname{sen} x)^2}$



c) La distancia mínima es 0.9795 cuando $x \approx 0.7967$.

55. $F = kW/\sqrt{k^2 + 1}$; $\theta = \arctan k$

57. *a*)

Base 1	Base 2	Altitud	Área
8	8 + 16 cos 10°	8 sen 10°	≈ 22.1
8	8 + 16 cos 20°	8 sen 20°	≈ 42.5
8	8 + 16 cos 30°	8 sen 30°	≈ 59.7
8	8 + 16 cos 40°	8 sen 40°	≈ 72.7
8	8 + 16 cos 50°	8 sen 50°	≈ 80.5
8	8 + 16 cos 60°	8 sen 60°	≈ 83.1

b)

Base 1	Base 2	Altitud	Área
8	8 + 16 cos 70°	8 sen 70°	≈ 80.7
8	8 + 16 cos 80°	8 sen 80°	≈ 74.0
8	8 + 16 cos 90°	8 sen 90°	≈ 64.0

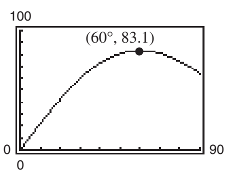
El área transversal máxima es aproximadamente: 83.1 pies².

c) $A = 64(1 + \cos\theta)\operatorname{sen}\theta, 0° < \theta < 90°$

d) $\dfrac{dA}{d\theta} = 64(2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 1)$

$= 0$ cuando $\theta = 60°, 180°, 300°$

El área máxima ocurre cuando $\theta = 60°$.

e) 

59. 4 045 unidades **61.** $y = \frac{64}{141}x$; $S_1 \approx 6.1$ millas

63. $y = \frac{3}{10}x$; $S_3 \approx 4.50$ millas **65.** Problema Putnam A1, 1986

Sección 3.8 (página 233)

En las respuestas para los ejercicios 1 y 3, los valores en las tablas se han redondeado por conveniencia. Dado que una calculadora o un programa hace cálculos internos utilizando más dígitos de los desplegados, se pueden producir valores ligeramente diferentes que los mostrados en la tabla.

1.

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$	$x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
1	2.2000	−0.1600	4.4000	−0.0364	2.2364
2	2.2364	0.0015	4.4728	0.0003	2.2361

3.

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$	$x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
1	1.6	−0.0292	−0.9996	0.0292	1.5708
2	1.5708	0	−1	0	1.5708

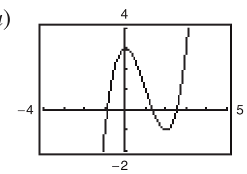
5. −1.587 **7.** 0.682 **9.** 1.250, 5.000

11. 0.900, 1.100, 1.900 **13.** 1.935 **15.** 0.569

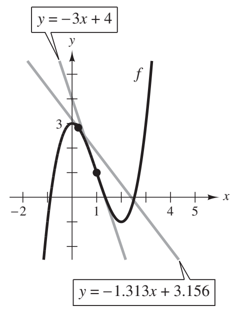
17. 4.493 **19.** *a*) Demostración *b*) $\sqrt{5} \approx 2.236$; $\sqrt{7} \approx 2.646$

21. $f'(x_1) = 0$ **23.** $2 = x_1 = x_3 = \ldots; 1 = x_2 = x_4 = \ldots$

25. 0.74 **27.** Demostración

29. *a*) 

b) 1.347 *c*) 2.532

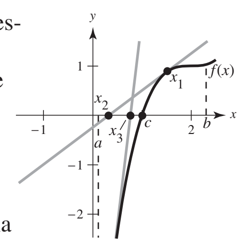
d) 

La intersección de $y = -3x + 4$ con el eje x es $\frac{4}{3}$.

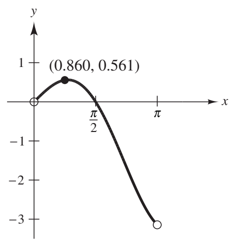
La intersección de $y = -1.313x + 3.156$ con el eje x es aproximadamente 2.404.

e) Si la estimación inicial $x = x_1$ no es lo suficientemente cercana al deseado cero de la función, la intersección con el eje x de la correspondiente recta tangente a la función puede aproximar un segundo cero de la función.

31. Las respuestas varían. Ejemplo de respuesta: si f es una función continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b), donde c pertenece a $[a, b]$ y $f(c) = 0$, el método de Newton utiliza las tangentes para aproximar c. Primero se estima una x_1 inicial y cercana a c (ver la gráfica). Luego se determina x_2 empleando $x_2 = x_1 - f(x_1)/f'(x_1)$. Se realiza una tercera estimación mediante $x_3 = x_2 - f(x_2)/f'(x_2)$. Se continúa con este proceso hasta que $|x_n - x_{n+1}|$ tenga la exactitud deseada, donde x_{n+1} es la aproximación final de c.



33. 0.860



35. (1.939, 0.240)

37. $x \approx 1.563$ millas **39.** 15.1, 26.8 **41.** Falso: sea $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$.
43. Verdadero **45.** 0.217

Sección 3.9 (página 240)

1. $T(x) = 4x - 4$

x	1.9	1.99	2	2.01	2.1
$f(x)$	3.610	3.960	4	4.040	4.410
$T(x)$	3.600	3.960	4	4.040	4.400

3. $T(x) = 80x - 128$

x	1.9	1.99	2	2.01	2.1
$f(x)$	24.761	31.208	32	32.808	40.841
$T(x)$	24.000	31.200	32	32.800	40.000

5. $T(x) = (\cos 2)(x - 2) + \operatorname{sen} 2$

x	1.9	1.99	2	2.01	2.1
$f(x)$	0.946	0.913	0.909	0.905	0.863
$T(x)$	0.951	0.913	0.909	0.905	0.868

7. $\Delta y = 0.331;\ dy = 0.3$ **9.** $\Delta y = -0.039;\ dy = -0.040$

11. $6x\,dx$ **13.** $-\dfrac{3}{(2x-1)^2}\,dx$ **15.** $\dfrac{1 - 2x^2}{\sqrt{1 - x^2}}\,dx$

17. $(3 - \operatorname{sen} 2x)\,dx$ **19.** $-\pi \operatorname{sen}\left(\dfrac{6\pi x - 1}{2}\right) dx$

21. *a)* 0.9 *b)* 1.04 **23.** *a)* 1.05 *b)* 0.98

25. *a)* 8.035 *b)* 7.95 **27.** $\pm\frac{5}{8}$ pulg^2 **29.** $\pm 8\pi$ pulg^2

31. *a)* $\frac{5}{6}\%$ *b)* 1.25%

33. *a)* $\pm 5.12\pi$ pulg^3 *b)* $\pm 1.28\pi$ pulg^2 *c)* 0.75%, 0.5%

35. 80π cm^3 **37.** *a)* $\frac{1}{4}\%$ *b)* 216 s = 3.6 min

39. *a)* 0.87% *b)* 2.16% **41.** 6 407 pies

43. $f(x) = \sqrt{x},\ dy = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$

$$f(99.4) \approx \sqrt{100} + \frac{1}{2\sqrt{100}}(-0.6) = 9.97$$

Calculadora: 9.97

45. $f(x) = \sqrt[4]{x},\ dy = \dfrac{1}{4x^{3/4}}\,dx$

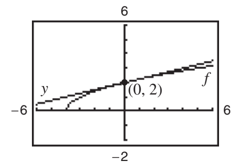
$$f(624) \approx \sqrt[4]{625} + \frac{1}{4(625)^{3/4}}(-1) = 4.998$$

Calculadora: 4.998

47. $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$

$y - 2 = \frac{1}{4}x$

$y = 2 + x/4$



49. El valor de dy se aproxima al valor de Δy cuando Δx decrece.

51. *a)* $f(x) = \sqrt{x};\ dy = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$

$$f(4.02) \approx \sqrt{4} + \frac{1}{2\sqrt{4}}(0.02) = 2 + \frac{1}{4}(0.02)$$

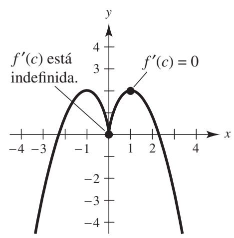
b) $f(x) = \tan x;\ dy = s^2 x\,dx$

$f(0.05) \approx \tan 0 + s^2(0)\,(0.05) = 0 + 1(0.05)$

53. Verdadero **55.** Verdadero

Ejercicios de repaso para el capítulo 3 (página 242)

1. Sea f una función definida en c. Si $f'(c) = 0$ o si f' está indefinida en c, entonces c es un número crítico de f.

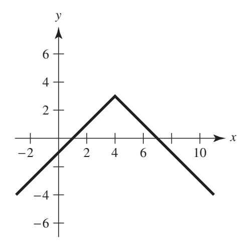


3. Máximo: (0, 0)
Mínimo: $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{25}{4}\right)$

5. Máximo: $(2\pi, 17.57)$
Mínimo: (2.73, 0.88)

7. $f(0) \neq f(4)$ **9.** No es continua en $[-2, 2]$

11. *a)*



b) f no es derivable en $x = 4$.

13. $f'\left(\dfrac{2\,744}{729}\right) = \dfrac{3}{7}$ **15.** f no es derivable en $x = 5$.

17. $f'(0) = 1$ **19.** $c = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$

21. Número crítico: $x = -\frac{3}{2}$
Creciente en $\left(-\frac{3}{2}, \infty\right)$; decreciente en $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$

23. Números críticos: $x = 1, \frac{7}{3}$
Creciente en $(-\infty, 1), \left(\frac{7}{3}, \infty\right)$; decreciente en $\left(1, \frac{7}{3}\right)$

25. Número crítico: $x = 1$
Creciente en $(1, \infty)$; decreciente en $(0, 1)$

27. Máximo relativo: $\left(-\dfrac{\sqrt{15}}{6}, \dfrac{5\sqrt{15}}{9}\right)$

Mínimo relativo: $\left(\dfrac{\sqrt{15}}{6}, -\dfrac{5\sqrt{15}}{9}\right)$

29. Mínimo relativo: $(2, -12)$

31. *a)* $y = \frac{1}{4}$ pulg; $v = 4$ pulg/s *b)* Demostración
c) Periodo: $\pi/6$; frecuencia: $6/\pi$

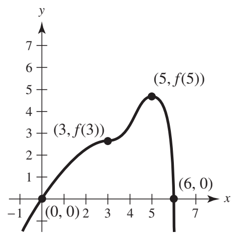
33. $(3, -54)$; cóncava hacia arriba: $(3, \infty)$; cóncava hacia abajo: $(-\infty, 3)$

35. $(\pi/2, \pi/2)$, $(3\pi/2, 3\pi/2)$; cóncava hacia arriba: $(\pi/2, 3\pi/2)$; cóncava hacia abajo: $(0, \pi/2)$, $(3\pi/2, 2\pi)$

37. Mínimo relativo: $(-9, 0)$

39. Máximos relativos: $(\sqrt{2}/2, 1/2)$, $(-\sqrt{2}/2, 1/2)$
Mínimo relativo: $(0, 0)$

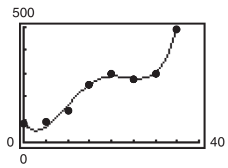
41.



43. Creciente y cóncava hacia abajo

45. *a)* $D = 0.00430t^4 - 0.2856t^3 + 5.833t^2 - 26.85t + 87.1$

b)



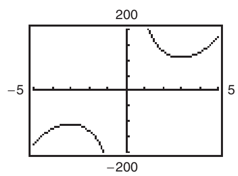
c) Máximo en 2005; mínimo en 1972 *d)* 2005

47. 8 **49.** $\frac{2}{3}$ **51.** $-\infty$ **53.** 0 **55.** 6

57. Asíntota vertical: $x = 0$; asíntota horizontal: $y = -2$

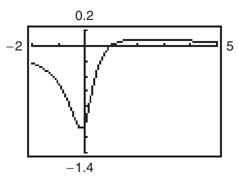
59. Asíntota vertical: $x = 4$; asíntota horizontal: $y = 2$

61.



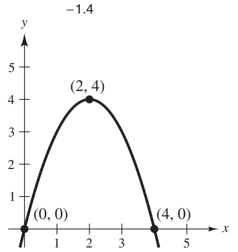
Asíntota vertical: $x = 0$
Mínimo relativo: $(3, 108)$
Máximo relativo: $(-3, -108)$

63.

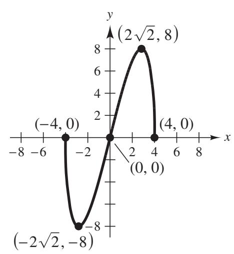


Asíntota horizontal: $y = 0$
Mínimo relativo: $(-0.155, -1.077)$
Máximo relativo: $(2.155, 0.077)$

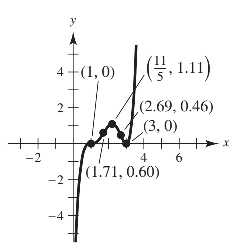
65.



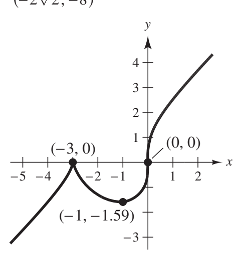
67.



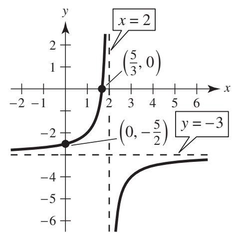
69.



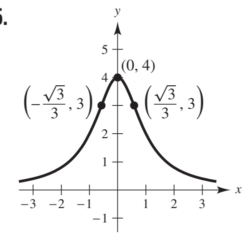
71.



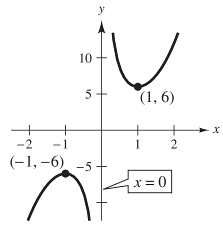
73.



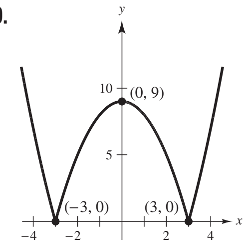
75.



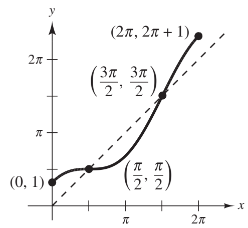
77.



79.



81.



83. *a)* y *b)* máximo: $(1, 3)$
Mínimo: $(1, 1)$

85. $t \approx 4.92 \approx$ 4:55 P.M.; $d \approx 64$ km

87. $(0, 0)$, $(5, 0)$, $(0, 10)$ **89.** Demostración **91.** 14.05 pies

93. $3(3^{2/3} + 2^{2/3})^{3/2} \approx 21.07$ pies **95.** $v \approx 54.77$ mi/h

97. $-1.532, -0.347, 1.879$ **99.** $-1.164, 1.453$

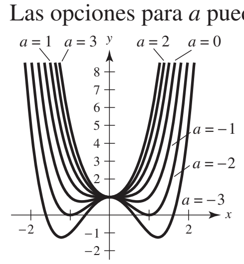
101. $dy = (1 - \cos x + x \operatorname{sen} x)\, dx$

103. $dS = \pm 1.8\pi \text{ cm}^2,\ \dfrac{dS}{S} \times 100 \approx \pm 0.56\%$

$dV = \pm 8.1\pi \text{ cm}^3,\ \dfrac{dV}{V} \times 100 \approx \pm 0.83\%$

SP Solución de problemas (página 245)

1. Las opciones para a pueden variar.



a) Un mínimo relativo en $(0, 1)$ para $a \geq 0$
b) Un máximo relativo en $(0, 1)$ para $a < 0$
c) Dos mínimos relativos para $a < 0$ cuando $x = \pm\sqrt{-a/2}$
d) Si $a < 0$, hay tres puntos críticos; si $a \geq 0$, sólo hay un punto crítico.

3. Todas las c, donde c es un número real. **5 a 7.** Demostraciones

9. Alrededor de 9.19 pies

11. Mínimo: $(\sqrt{2} - 1)d$; no hay máximo.

13. *a)* a *c)* Demostraciones

15. *a)*

x	0	0.5	1	2
$\sqrt{1 + x}$	1	1.2247	1.4142	1.7321
$\frac{1}{2}x + 1$	1	1.25	1.5	2

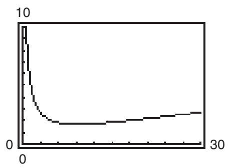
b) Demostración

17. *a*)

v	20	40	60	80	100
s	5.56	11.11	16.67	22.22	27.78
d	5.1	13.7	27.2	44.2	66.4

$d(s) = 0.071s^2 + 0.389s + 0.727$

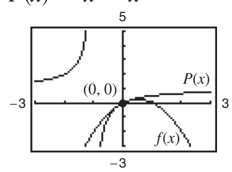
b) La distancia entre la parte posterior del primer vehículo y la parte delantera del segundo es $d(s)$, la distancia de frenado segura. El primer vehículo pasa por el punto dado en $5.5/s$ segundos, y el segundo necesita $d(s)/s$ segundos más. Por tanto, $T = d(s)/s + 5.5/s$.

c) 

$s \approx 9.365$ m/s

d) $s \approx 9.365$ m/s; 1.719 s; 33.714 km/h *e*) 10.597 m

19. *a*) $P(x) = x - x^2$

b) 

Capítulo 4

Sección 4.1 (página 255)

1 a 3. Demostraciones **5.** $y = 3t^3 + C$ **7.** $y = \frac{2}{5}x^{5/2} + C$

	Integral original	*Reescribir*	*Integrar*	*Simplificar*
9.	$\int \sqrt[3]{x}\,dx$	$\int x^{1/3}\,dx$	$\dfrac{x^{4/3}}{4/3} + C$	$\dfrac{3}{4}x^{4/3} + C$
11.	$\int \dfrac{1}{x\sqrt{x}}\,dx$	$\int x^{-3/2}\,dx$	$\dfrac{x^{-1/2}}{-1/2} + C$	$-\dfrac{2}{\sqrt{x}} + C$
13.	$\int \dfrac{1}{2x^3}\,dx$	$\dfrac{1}{2}\int x^{-3}\,dx$	$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x^{-2}}{-2}\right) + C$	$-\dfrac{1}{4x^2} + C$

15. $\frac{1}{2}x^2 + 7x + C$ **17.** $x^2 - x^3 + C$ **19.** $\frac{1}{6}x^6 + x + C$

21. $\frac{2}{5}x^{5/2} + x^2 + x + C$ **23.** $\frac{3}{5}x^{5/3} + C$ **25.** $-1/(4x^4) + C$

27. $\frac{2}{3}x^{3/2} + 12x^{1/2} + C = \frac{2}{3}x^{1/2}(x + 18) + C$

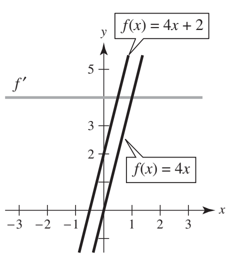
29. $x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + C$

31. $\frac{2}{7}y^{7/2} + C$ **33.** $x + C$ **35.** $5 \operatorname{sen} x - 4 \cos x + C$

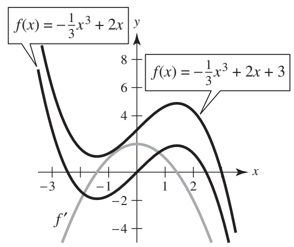
37. $t + \csc t + C$ **39.** $\tan \theta + \cos \theta + C$ **41.** $\tan y + C$

43. $-\csc x + C$

45. Las respuestas varían.
Ejemplo:

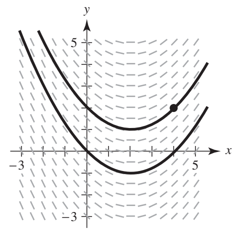


47. Las respuestas varían.
Ejemplo:

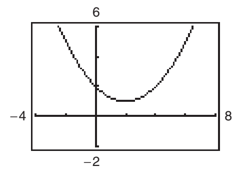


49. $y = x^2 - x + 1$

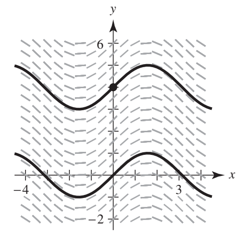
51. *a*) Las respuestas varían.
Ejemplo:



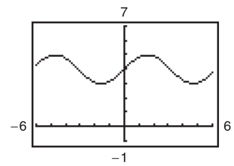
b) $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 2$



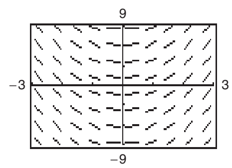
53. *a*) Las respuestas varían.
Ejemplo:



b) $y = \operatorname{sen} x + 4$

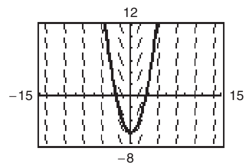


55. *a*)



b) $y = x^2 - 6$

c)



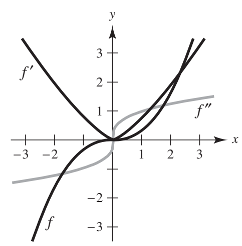
57. $f(x) = 3x^2 + 8$ **59.** $h(t) = 2t^4 + 5t - 11$

61. $f(x) = x^2 + x + 4$ **63.** $f(x) = -4\sqrt{x} + 3x$

65. *a*) $h(t) = \frac{3}{4}t^2 + 5t + 12$ *b*) 69 cm

67. Cuando se evalúa la integral $\int f(x)\,dx$, se encuentra una función $F(x)$ que es una antiderivada de $f(x)$. Por tanto no existe diferencia.

69.



71. 62.25 pies **73.** $v_0 \approx 187.617$ pies/s

75. $v(t) = -9.8t + C_1 = -9.8t + v_0$
$f(t) = -4.9t^2 + v_0t + C_2 = -4.9t^2 + v_0t + s_0$

77. 7.1 m **79.** 320 m; −32 m/s

81. *a*) $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$; $a(t) = 6t - 12$
b) (0, 1), (3, 5) *c*) −3

83. $a(t) = -1/(2t^{3/2})$; $x(t) = 2\sqrt{t} + 2$

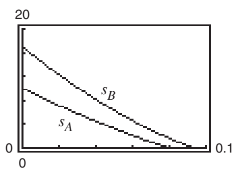
85. *a*) 1.18 m/s² *b*) 190 m

87. *a*) 300 pies *b*) 60 pies/s ≈ 41 mi/h

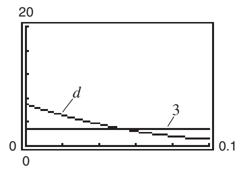
89. *a*) Aeroplano A: $s_A = \dfrac{625}{2}t^2 - 150t + 10$

Aeroplano B: $s_B = \dfrac{49\,275}{68}t^2 - 250t + 17$

b)



c) $d = \dfrac{28\,025}{68}t^2 - 100t + 7$

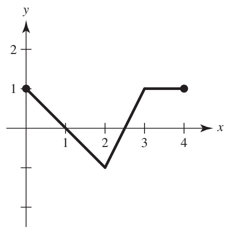


Sí, $d < 3$ para $t > 0.0505$ h

91. Verdadero **93.** Verdadero

95. Falso. f tiene un número infinito de antiderivadas, cada una de ellas difieren por una constante.

97.



99. Demostración

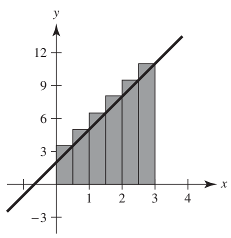
Sección 4.2 (página 267)

1. 75 **3.** $\dfrac{158}{85}$ **5.** $4c$ **7.** $\displaystyle\sum_{i=1}^{11} \frac{1}{5i}$ **9.** $\displaystyle\sum_{j=1}^{6} \left[7\left(\frac{j}{6}\right) + 5\right]$

11. $\displaystyle\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{2i}{n}\right)^3 - \left(\frac{2i}{n}\right)\right]$ **13.** $\displaystyle\frac{3}{n}\sum_{i=1}^{n} \left[2\left(1 + \frac{3i}{n}\right)^2\right]$ **15.** 84

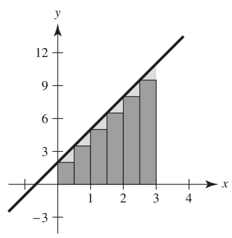
17. 1 200 **19.** 2 470 **21.** 12 040 **23.** 2 930

25. *a)*



Área ≈ 21.75

b)



Área ≈ 17.25

27. $13 <$ (área de región) < 15

29. $55 <$ (área de región) < 74.5

31. $0.7908 <$ (área de región) < 1.1835

33. El área de la región sombreada cae entre 12.5 y 16.5 unidades cuadradas.

35. El área de la región sombreada cae entre 7 y 11 unidades cuadradas.

37. $\frac{81}{4}$ **39.** 9 **41.** $A \approx S \approx 0.768$, $A \approx s \approx 0.518$ **43.** $A \approx S \approx 0.746$, $A \approx s \approx 0.646$

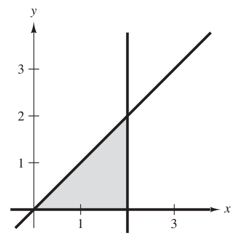
45. $(n + 2)/n$
$n = 10$: $S = 1.2$
$n = 100$: $S = 1.02$
$n = 1\,000$: $S = 1.002$
$n = 10\,000$: $S = 1.0002$

47. $[2(n + 1)(n - 1)]/n^2$
$n = 10$: $S = 1.98$
$n = 100$: $S = 1.9998$
$n = 1\,000$: $S = 1.999998$
$n = 10\,000$: $S = 1.99999998$

49. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left[\frac{12(n + 1)}{n}\right] = 12$ **51.** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{6}\left(\frac{2n^3 - 3n^2 + n}{n^3}\right) = \frac{1}{3}$

53. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} [(3n + 1)/n] = 3$

55. *a)*



b) $\Delta x = (2 - 0)/n = 2/n$

c) $\displaystyle s(n) = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1})\,\Delta x = \sum_{i=1}^{n} [(i - 1)(2/n)](2/n)$

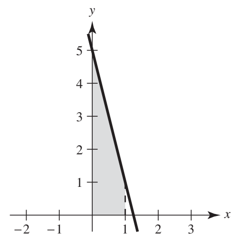
d) $\displaystyle S(n) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x = \sum_{i=1}^{n} [i(2/n)](2/n)$

e)

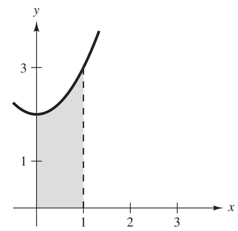
n	5	10	50	100
$s(n)$	1.6	1.8	1.96	1.98
$S(n)$	2.4	2.2	2.04	2.02

f) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} [(i - 1)(2/n)](2/n) = 2$; $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} [i(2/n)](2/n) = 2$

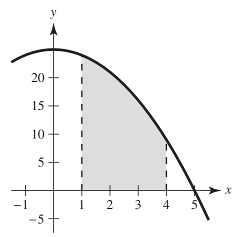
57. $A = 3$



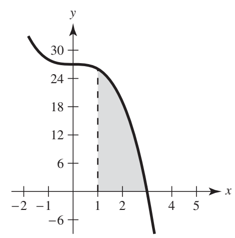
59. $A = \frac{7}{3}$



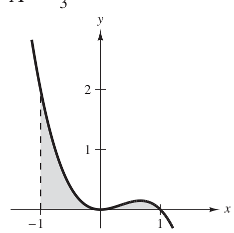
61. $A = 54$



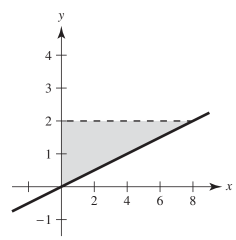
63. $A = 34$



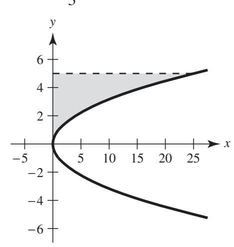
65. $A = \frac{2}{3}$



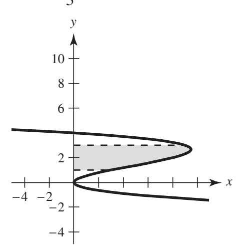
67. $A = 8$



69. $A = \frac{125}{3}$



71. $A = \frac{44}{3}$



73. $\frac{69}{8}$ **75.** 0.345

77.

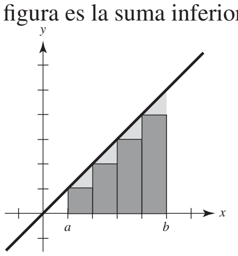
n	4	8	12	16	20
Área aproximada	5.3838	5.3523	5.3439	5.3403	5.3384

79.

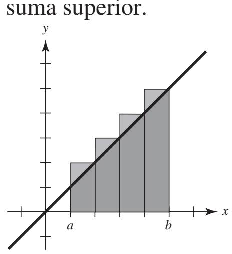
n	4	8	12	16	20
Área aproximada	2.2223	2.2387	2.2418	2.2430	2.2435

81. *b*

83. Se puede utilizar la recta $y = x$ acotada por $x = a$ y $x = b$. La suma de las áreas de los rectángulos inscritos en la siguiente figura es la suma inferior.

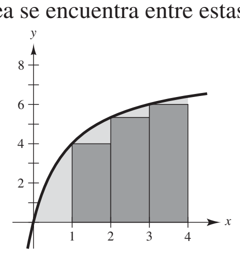


La suma de las áreas de los rectángulos circunscritos en la siguiente figura es la suma superior.



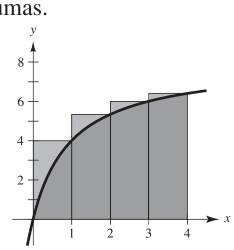
Los rectángulos de la primera gráfica no incluyen totalmente el área de la región, mientras que los rectángulos de la segunda gráfica abarcan un área mayor a la de la región. El valor exacto del área se encuentra entre estas dos sumas.

85. *a*)



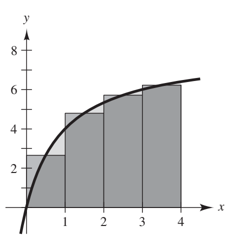
$s(4) = \frac{46}{3}$

b)



$S(4) = \frac{326}{15}$

c)



$M(4) = \frac{6112}{315}$

d) Demostración

e)

n	4	8	20	100	200
$s(n)$	15.333	17.368	18.459	18.995	19.060
$S(n)$	21.733	20.568	19.739	19.251	19.188
$M(n)$	19.403	19.201	19.137	19.125	19.125

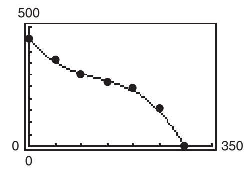
f) Como f es una función creciente, $s(n)$ es siempre creciente y $S(n)$ es siempre decreciente.

87. Verdadero

89. Supóngase que la figura tiene n filas y $n + 1$ columnas. Las estrellas de la izquierda suman $1 + 2 + \cdots + n$, al igual que las estrellas de la derecha. Hay $n(n + 1)$ estrellas en total. Por tanto $2[1 + 2 + \cdots + n] = n(n + 1)$ de manera que $1 + 2 + \cdots + n = [n(n + 1)]/2$.

91. *a*) $y = (-4.09 \times 10^{-5})x^3 + 0.016x^2 - 2.67x + 452.9$

b)



c) 76 897.5 pies^2

93. Demostración

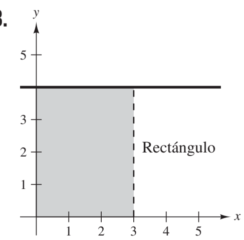
Sección 4.3 (página 278)

1. $2\sqrt{3} \approx 3.464$ **3.** 32 **5.** 0 **7.** $\frac{10}{3}$ **9.** $\int_{-1}^{5} (3x + 10)\,dx$

11. $\int_{0}^{3} \sqrt{x^2 + 4}\,dx$ **13.** $\int_{0}^{4} 5\,dx$ **15.** $\int_{-4}^{4} (4 - |x|)\,dx$

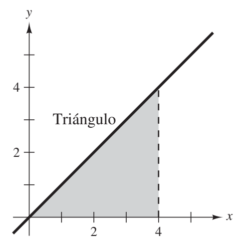
17. $\int_{-5}^{5} (25 - x^2)\,dx$ **19.** $\int_{0}^{\pi/2} \cos x\,dx$ **21.** $\int_{0}^{2} y^3\,dy$

23.



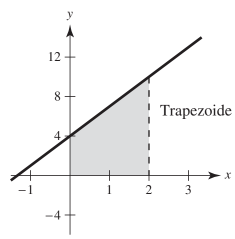
$A = 12$

25.



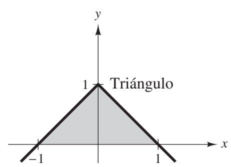
$A = 8$

27.



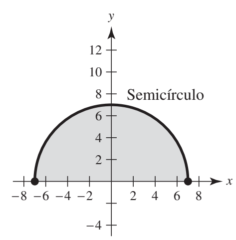
$A = 14$

29.



$A = 1$

31.



$A = 49\pi/2$

33. -6 **35.** 48 **37.** -12

39. 16 **41.** *a*) 13 *b*) -10 *c*) 0 *d*) 30

43. *a*) 8 *b*) -12 *c*) -4 *d*) 30 **45.** $-48, 88$

47. *a*) $-\pi$ *b*) 4 *c*) $-(1 + 2\pi)$ *d*) $3 - 2\pi$ *e*) $5 + 2\pi$ *f*) $23 - 2\pi$

49. *a*) 14 *b*) 4 *c*) 8 *d*) 0 **51.** 81

53. $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x > \int_{1}^{5} f(x)\,dx$

55. No. Hay una discontinuidad en $x = 4$. **57.** *a* **59.** *d*

61.

n	4	8	12	16	20
$L(n)$	3.6830	3.9956	4.0707	4.1016	4.1177
$M(n)$	4.3082	4.2076	4.1838	4.1740	4.1690
$R(n)$	3.6830	3.9956	4.0707	4.1016	4.1177

63.

n	4	8	12	16	20
$L(n)$	0.5890	0.6872	0.7199	0.7363	0.7461
$M(n)$	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854
$R(n)$	0.9817	0.8836	0.8508	0.8345	0.8247

65. Verdadero **67.** Verdadero

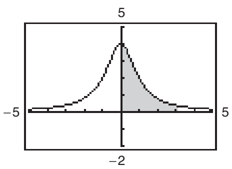
69. Falso: $\int_0^2 (-x)\,dx = -2$ **71.** 272 **73.** Demostración

75. No. No importa lo pequeño que sean los intervalos, la cantidad de números racionales e irracionales en cada intervalo es infinita y $f(c_i) = 0$ o $f(c_i) = 1$.

77. $a = -1$ y $b = 1$ maximizan la integral. **79.** $\frac{1}{3}$

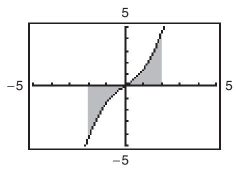
Sección 4.4 (página 293)

1.



Positiva

3.



Cero

5. 12 **7.** -2 **9.** $-\frac{10}{3}$ **11.** $\frac{1}{3}$ **13.** $\frac{1}{2}$ **15.** $\frac{2}{3}$ **17.** -4

19. $-\frac{1}{18}$ **21.** $-\frac{27}{20}$ **23.** $\frac{25}{2}$ **25.** $\frac{64}{3}$ **27.** $\pi + 2$

29. $\pi/4$ **31.** $2\sqrt{3}/3$ **33.** 0 **35.** $\frac{1}{6}$ **37.** 1 **39.** $\frac{52}{3}$

41. 20 **43.** $\frac{32}{3}$ **45.** $3\sqrt[3]{2}/2 \approx 1.8899$

47. $\frac{1444}{225} \approx 6.4178$ **49.** $\pm\arccos\sqrt{\pi}/2 \approx \pm 0.4817$

51. Valor promedio $= 6$
$x = \pm\sqrt{3} \approx \pm 1.7321$

53. Valor promedio $= \frac{1}{4}$
$x = \sqrt[3]{2}/2 \approx 0.6300$

55. Valor promedio $= 2/\pi$
$x \approx 0.690$, $x \approx 2.451$

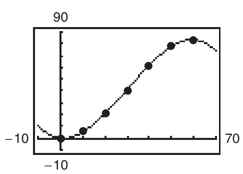
57. ≈ 540 pies

59. *a)* 8 *b)* $\frac{4}{3}$ *c)* $\int_1^7 f(x)\,dx = 20$; valor promedio $= \frac{10}{3}$

61. *a)* $F(x) = 500\,s^2 x$ *b)* $1\,500\sqrt{3}/\pi \approx 827$ N

63. ≈ 0.5318 L

65. *a)* $v = -0.00086t^3 + 0.0782t^2 - 0.208t + 0.10$
b)



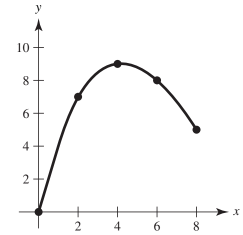
c) 2 475.6 m

67. $F(x) = 2x^2 - 7x$
$F(2) = -6$
$F(5) = 15$
$F(8) = 72$

69. $F(x) = -20/x + 20$
$F(2) = 10$
$F(5) = 16$
$F(8) = \frac{35}{2}$

71. $F(x) = \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} 1$
$F(2) = \operatorname{sen} 2 - \operatorname{sen} 1 \approx 0.0678$
$F(5) = \operatorname{sen} 5 - \operatorname{sen} 1 \approx -1.8004$
$F(8) = \operatorname{sen} 8 - \operatorname{sen} 1 \approx 0.1479$

73. *a)* $g(0) = 0$, $g(2) \approx 7$, $g(4) \approx 9$, $g(6) \approx 8$, $g(8) \approx 5$
b) Creciente: $(0, 4)$; decreciente: $(4, 8)$
c) Se presenta un máximo en $x = 4$.
d)

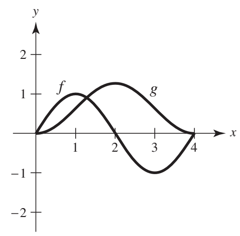


75. $\frac{1}{2}x^2 + 2x$ **77.** $\frac{3}{4}x^{4/3} - 12$ **79.** $\tan x - 1$

81. $x^2 - 2x$ **83.** $\sqrt{x^4 + 1}$ **85.** $x \cos x$ **87.** 8

89. $\cos x\sqrt{\operatorname{sen} x}$ **91.** $3x^2 \operatorname{sen} x^6$

93.



Se presenta un extremo de g en $x = 2$.

95. *a)* $C(x) = 1\,000(12x^{5/4} + 125)$
b) $C(1) = \$137\,000$
$C(5) \approx \$214\,721$
$C(10) \approx \$338\,394$

97. *a)* $\frac{3}{2}$ pies a la derecha *b)* $\frac{113}{10}$ pies **99.** *a)* 0 pies *b)* $\frac{63}{2}$ pies

101. *a)* 2 pies a la derecha *b)* 2 pies **103.** 28 unidades **105.** 8 190 L

107. $f(x) = x^{-2}$ tiene una discontinuidad no removible en $x = 0$.

109. $f(x) = s^2\, x$ tiene una discontinuidad no removible en $x = \pi/2$.

111. $2/\pi \approx 63.7\%$ **113.** Verdadero

115. $f'(x) = \dfrac{1}{(1/x)^2 + 1}\left(-\dfrac{1}{x^2}\right) + \dfrac{1}{x^2 + 1} = 0$

Debido a que $f'(x) = 0$, $f(x)$ es constante.

117. *a)* 0 *b)* 0 *c)* $xf(x) + \int_0^x f(t)\,dt$ *d)* 0

Sección 4.5 (página 306)

	$\int f(g(x))g'(x)\,dx$	$u = g(x)$	$du = g'(x)\,dx$
1.	$\int (8x^2 + 1)^2(16x)\,dx$	$8x^2 + 1$	$16x\,dx$
3.	$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}\,dx$	$x^2 + 1$	$2x\,dx$
5.	$\int \tan^2 x \sec^2 x\,dx$	$\tan x$	$\sec^2 x\,dx$

7. No **9.** Sí **11.** $\frac{1}{5}(1 + 6x)^5 + C$

13. $\frac{2}{3}(25 - x^2)^{3/2} + C$ **15.** $\frac{1}{12}(x^4 + 3)^3 + C$

17. $\frac{1}{15}(x^3 - 1)^5 + C$ **19.** $\frac{1}{3}(t^2 + 2)^{3/2} + C$

21. $-\frac{15}{8}(1 - x^2)^{4/3} + C$ **23.** $1/[4(1 - x^2)^2] + C$

25. $-1/[3(1 + x^3)] + C$ **27.** $-\sqrt{1 - x^2} + C$

29. $-\frac{1}{4}(1 + 1/t)^4 + C$ **31.** $\sqrt{2x} + C$

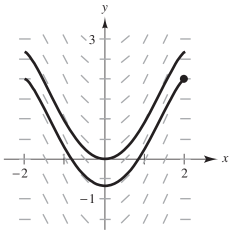
33. $\frac{2}{5}x^{5/2} + \frac{10}{3}x^{3/2} - 16x^{1/2} + C = \frac{1}{15}\sqrt{x}(6x^2 + 50x - 240) + C$

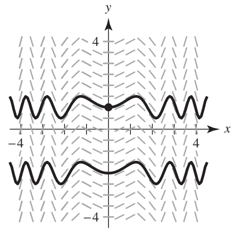
35. $\frac{1}{4}t^4 - 4t^2 + C$

37. $6y^{3/2} - \frac{2}{5}y^{5/2} + C = \frac{2}{5}y^{3/2}(15 - y) + C$

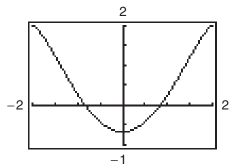
39. $2x^2 - 4\sqrt{16 - x^2} + C$ **41.** $-1/[2(x^2 + 2x - 3)] + C$

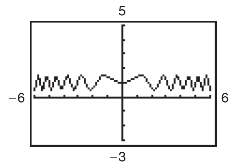
43. *a*) Las respuestas varían. Ejemplo: **45.** *a*) Las respuestas varían. Ejemplo:





b) $y = -\frac{1}{3}(4 - x^2)^{3/2} + 2$ *b*) $y = \frac{1}{2}\operatorname{sen} x^2 + 1$





47. $-\cos(\pi x) + C$ **49.** $-\frac{1}{4}\cos 4x + C$ **51.** $-\operatorname{sen}(1/\theta) + C$

53. $\frac{1}{4}\operatorname{sen}^2 2x + C$ o $-\frac{1}{4}\cos^2 2x + C_1$ o $-\frac{1}{8}\cos 4x + C_2$

55. $\frac{1}{5}\tan^5 x + C$ **57.** $\frac{1}{2}\tan^2 x + C$ o $\frac{1}{2}\sec^2 x + C_1$

59. $-\cot x - x + C$ **61.** $f(x) = 2\cos(x/2) + 4$

63. $f(x) = -\frac{1}{2}\cos 4x - 1$ **65.** $f(x) = \frac{1}{12}(4x^2 - 10)^3 - 8$

67. $\frac{2}{5}(x + 6)^{5/2} - 4(x + 6)^{3/2} + C = \frac{2}{5}(x + 6)^{3/2}(x - 4) + C$

69. $-\left[\frac{2}{3}(1 - x)^{3/2} - \frac{4}{5}(1 - x)^{5/2} + \frac{2}{7}(1 - x)^{7/2}\right] + C =$
$-\frac{2}{105}(1 - x)^{3/2}(15x^2 + 12x + 8) + C$

71. $\frac{1}{8}\left[\frac{2}{5}(2x - 1)^{5/2} + \frac{4}{3}(2x - 1)^{3/2} - 6(2x - 1)^{1/2}\right] + C =$
$\left(\sqrt{2x - 1}/15\right)(3x^2 + 2x - 13) + C$

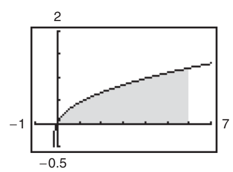
73. $-x - 1 - 2\sqrt{x + 1} + C$ o $-\left(x + 2\sqrt{x + 1}\right) + C_1$

75. 0 **77.** $12 - \frac{8}{9}\sqrt{2}$ **79.** 2 **81.** $\frac{1}{2}$ **83.** $\frac{4}{15}$ **85.** $3\sqrt{3}/4$

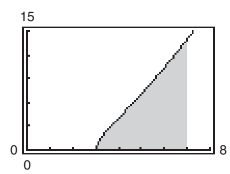
87. $f(x) = (2x^3 + 1)^3 + 3$ **89.** $f(x) = \sqrt{2x^2 - 1} - 3$

91. 1 209/28 **93.** 4 **95.** $2\left(\sqrt{3} - 1\right)$

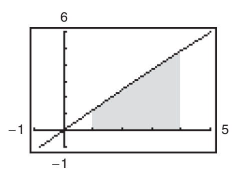
97. $\frac{14}{3}$



99. $\frac{144}{5}$



101. 9.21



103. $\frac{272}{15}$ **105.** $\frac{2}{3}$ **107.** *a*) $\frac{64}{3}$ *b*) $\frac{128}{3}$ *c*) $-\frac{64}{3}$ *d*) 64

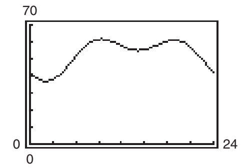
109. $2\int_0^3 (4x^2 - 6)\,dx = 36$

111. Si $u = 5 - x^2$, entonces $du = -2x\,dx$ y
$\int x(5 - x^2)^3\,dx = -\frac{1}{2}\int(5 - x^2)^3(-2x)\,dx = -\frac{1}{2}\int u^3\,du.$

113. 16 **115.** $250 000

117. *a*) Mínimo relativo: (6.7, 0.7) o julio
Mínimo relativo: (1.3, 5.1) o febrero
b) 36.68 pulg *c*) 3.99 pulg

119. *a*)



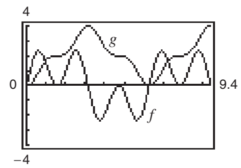
Flujo máximo:
$R \approx 61.713$ en $t = 9.36$.

b) 1 272 miles de galones

121. *a*) $P_{0.50,\,0.75} \approx 35.3\%$ *b*) $b \approx 58.6\%$

123. *a*) $9.17 *b*) $3.14

125. *a*)

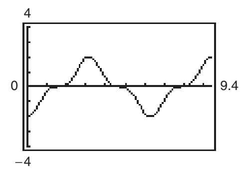


b) g es no negativa porque la gráfica de f es positiva al principio, y por lo general tiene más secciones positivas que negativas.

c) Los puntos de g que corresponden a extremos de f son puntos de inflexión de g.

d) No, algunos ceros de f como $x = \pi/2$, no corresponden a extremos de g. La gráfica de g sigue creciendo después de que $x = \pi/2$ porque f sigue estando por arriba del eje x.

e)



La gráfica de h es la de g trasladada dos unidades hacia abajo.

127. *a*) Demostración *b*) Demostración

129. Falso. $\int (2x + 1)^2\,dx = \frac{1}{6}(2x + 1)^3 + C$

131. Verdadero **133.** Verdadero **135 a 137.** Demostraciones

139. Problema Putnam A1, 1958

Sección 4.6 (página 316)

	Trapezoidal	*De Simpson*	*Exacta*
1.	2.7500	2.6667	2.6667
3.	4.2500	4.0000	4.0000
5.	20.2222	20.0000	20.0000
7.	12.6640	12.6667	12.6667
9.	0.3352	0.3334	0.3333

	Trapezoidal	*De Simpson*	*Calculadora*
11.	3.2833	3.2396	3.2413
13.	0.3415	0.3720	0.3927
15.	0.5495	0.5483	0.5493
17.	−0.0975	−0.0977	−0.0977
19.	0.1940	0.1860	0.1858

21. Trapezoidal: Polinomios lineales (1er. grado)
De Simpson: Polinomios cuadráticos (2o. grado)

23. *a*) 1.500 *b*) 0.000 **25.** *a*) 0.01 *b*) 0.0005

27. *a*) 0.1615 *b*) 0.0066 **29.** *a*) $n = 366$ *b*) $n = 26$

31. *a*) $n = 77$ *b*) $n = 8$ **33.** *a*) $n = 287$ *b*) $n = 16$

35. *a*) $n = 130$ *b*) $n = 12$ **37.** *a*) $n = 643$ *b*) $n = 48$

39. *a*) 24.5 *b*) 25.67 **41.** Las respuestas varían.

43.

n	$L(n)$	$M(n)$	$R(n)$	$T(n)$	$S(n)$
4	0.8739	0.7960	0.6239	0.7489	0.7709
8	0.8350	0.7892	0.7100	0.7725	0.7803
10	0.8261	0.7881	0.7261	0.7761	0.7818
12	0.8200	0.7875	0.7367	0.7783	0.7826
16	0.8121	0.7867	0.7496	0.7808	0.7836
20	0.8071	0.7864	0.7571	0.7821	0.7841

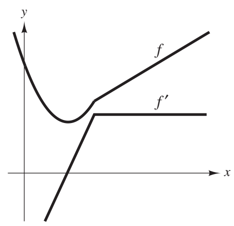
45. 0.701 **47.** 17.476

49. *a)* Regla trapezoidal: 12.518; regla de Simpson: 12.592
b) $y = -1.37266x^3 + 4.0092x^2 - 0.620x + 4.28$
$\int_0^2 y\,dx \approx 12.521$

51. 3.14159 **53.** 7 435 m^2 **55.** 2.477

Ejercicios de repaso para el capítulo 4 (página 318)

1.

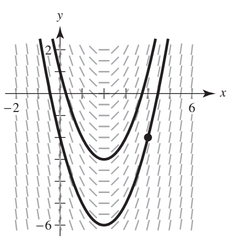


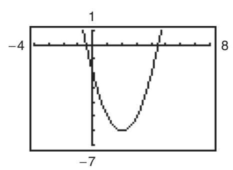
3. $\frac{4}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x + C$

5. $x^2/2 - 4/x^2 + C$ **7.** $x^2 + 9\cos x + C$

9. $y = 1 - 3x^2$

11. *a)* Las respuestas varían. *b)* $y = x^2 - 4x - 2$
Ejemplo:





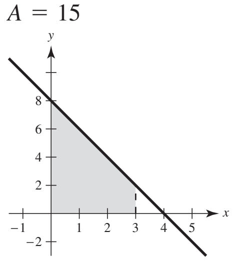
13. 240 pies/s **15.** *a)* 3 s; 144 pies *b)* $\frac{3}{2}$ s *c)* 108 pies

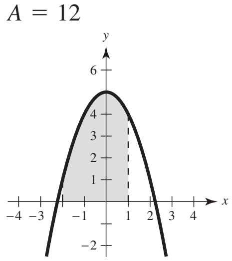
17. $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{3n}$ **19.** 420 **21.** 3 310

23. *a)* $\sum_{i=1}^{10} (2i - 1)$ *b)* $\sum_{i=1}^{n} i^3$ *c)* $\sum_{i=1}^{10} (4i + 2)$

25. 9.038 < (área de región) < 13.038

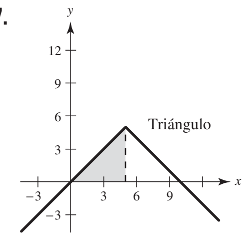
27. $A = 15$ **29.** $A = 12$





31. $\frac{27}{2}$ **33.** $\int_4^6 (2x - 3)\,dx$ **35.** $\int_{-4}^0 (2x + 8)\,dx$

37.

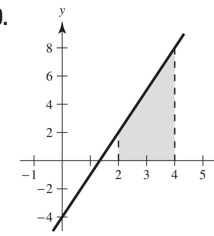


$A = \frac{25}{2}$

39. *a)* 17 *b)* 7 *c)* 9 *d)* 84

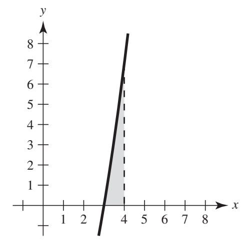
41. 56 **43.** 0 **45.** $\frac{422}{5}$ **47.** $(\sqrt{2} + 2)/2$

49.



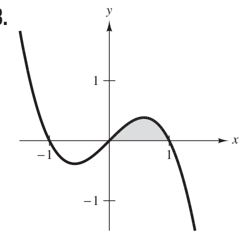
$A = 10$

51.



$A = \frac{10}{3}$

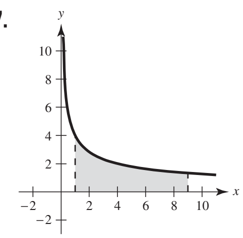
53.



$A = \frac{1}{4}$

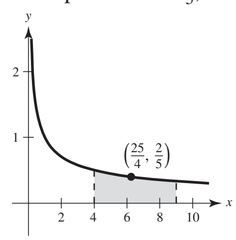
55. $-\cos 2 + 1 \approx 1.416$

57.



$A = 16$

59. Valor promedio $= \frac{2}{5}$, $x = \frac{25}{4}$



61. $x^2\sqrt{1 + x^3}$ **63.** $x^2 + 3x + 2$

65. $-\frac{1}{7}x^7 + \frac{9}{5}x^5 - 9x^3 + 27x + C$ **67.** $\frac{2}{3}\sqrt{x^3 + 3} + C$

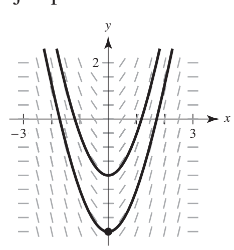
69. $-\frac{1}{30}(1 - 3x^2)^5 + C = \frac{1}{30}(3x^2 - 1)^5 + C$

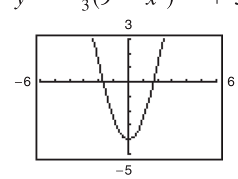
71. $\frac{1}{4}\operatorname{sen}^4 x + C$ **73.** $-2\sqrt{1 - \operatorname{sen}\theta} + C$

75. $\frac{1}{3\pi}(1 + \sec \pi x)^3 + C$

77. $21/4$ **79.** 2 **81.** $28\pi/15$ **83.** 2

85. *a)* Las respuestas varían. *b)* $y = -\frac{1}{3}(9 - x^2)^{3/2} + 5$
Ejemplo:





87. $\frac{468}{7}$

89. *a)* $\int_0^{12} [2.880 + 2.125 \operatorname{sen}(0.578t + 0.745)]\, dt \approx 36.63$ pulg
b) 2.22 pulg

91. Regla trapezoidal: 0.285
Regla de Simpson: 0.284
Calculadora: 0.284

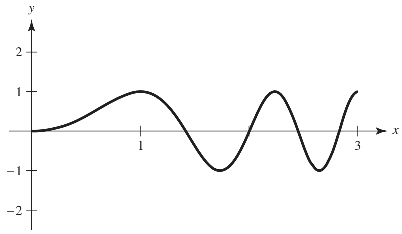
93. Regla trapezoidal: 0.637
Regla de Simpson: 0.685
Calculadora: 0.704

SP Solución de problemas (página 321)

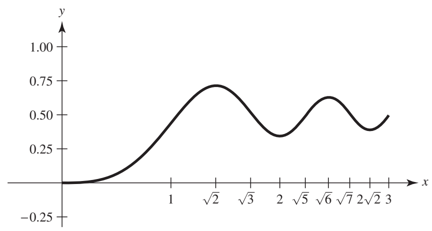
1. *a)* $L(1) = 0$ *b)* $L'(x) = 1/x,\ L'(1) = 1$
c) $x \approx 2.718$ *d)* Demostración

3. *a)* $\lim_{n\to\infty} \left[\frac{32}{n^5}\sum_{i=1}^{n} i^4 - \frac{64}{n^4}\sum_{i=1}^{n} i^3 + \frac{32}{n^3}\sum_{i=1}^{n} i^2\right]$
b) $(16n^4 - 16)/(15n^4)$ *c)* $16/15$

5. *a)*

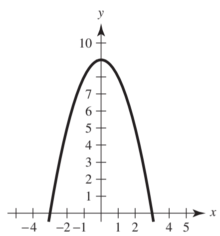


b)



c) Máximos relativos en $x = \sqrt{2}, \sqrt{6}$
Mínimos relativos en $x = 2, 2\sqrt{2}$
d) Puntos de inflexión en $x = 1, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$

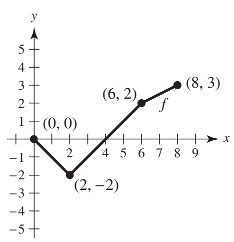
7. *a)*



Área = 36

b) Base = 6, altura = 9
Área $= \frac{2}{3}bh = \frac{2}{3}(6)(9) = 36$
c) Demostración

9. *a)*



b)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$F(x)$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{7}{2}$	-4	$-\frac{7}{2}$	-2	$\frac{1}{4}$	3

c) $x = 4, 8$ *d)* $x = 2$

11. Demostración **13.** $\frac{2}{3}$ **15.** $1 \le \int_0^1 \sqrt{1 + x^4}\, dx \le \sqrt{2}$

17. *a)* Demostración *b)* Demostración *c)* Demostración

19. *a)* $R(n), I, T(n), L(n)$
b) $S(4) = \frac{1}{3}[f(0) + 4f(1) + 2f(2) + 4f(3) + f(4)] \approx 5.42$

21. $a = -4, b = 4$

Capítulo 5

Sección 5.1 (página 331)

1.

x	0.5	1.5	2	2.5
$\int_1^x (1/t)\, dt$	-0.6932	0.4055	0.6932	0.9163

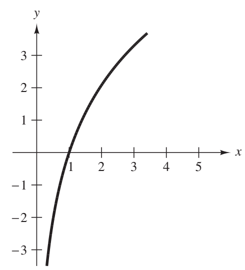
x	3	3.5	4
$\int_1^x (1/t)\, dt$	1.0987	1.2529	1.3865

3. *a)* 3.8067 *b)* $\ln 45 = \int_1^{45} \frac{1}{t}\, dt \approx 3.8067$

5. *a)* -0.2231 *b)* $\ln 0.8 = \int_1^{0.8} \frac{1}{t}\, dt \approx -0.2231$

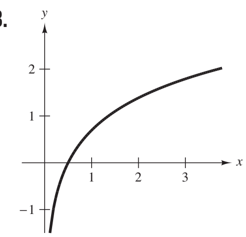
7. *b* **8.** *d* **9.** *a* **10.** *c*

11.



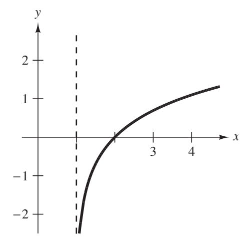
Dominio: $x > 0$

13.



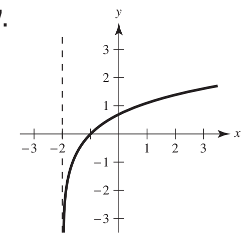
Dominio: $x > 0$

15.



Dominio: $x > 1$

17.



Dominio: $x > -2$

19. *a)* 1.7917 *b)* -0.4055 *c)* 4.3944 *d)* 0.5493

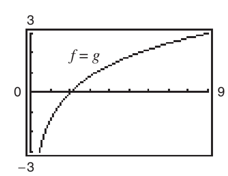
21. $\ln x - \ln 4$ **23.** $\ln x + \ln y - \ln z$

25. $\ln x + \frac{1}{2}\ln(x^2 + 5)$ **27.** $\frac{1}{2}[\ln(x - 1) - \ln x]$

29. $\ln z + 2\ln(z - 1)$

31. $\ln \frac{x - 2}{x + 2}$ **33.** $\ln \sqrt[3]{\frac{x(x + 3)^2}{x^2 - 1}}$ **35.** $\ln\left(9/\sqrt{x^2 + 1}\right)$

37. *a)*



b) $f(x) = \ln \frac{x^2}{4} = \ln x^2 - \ln 4$
$= 2\ln x - \ln 4$
$= g(x)$

39. $-\infty$ **41.** $\ln 4 \approx 1.3863$ **43.** $y = 3x - 3$

45. $y = 4x - 4$ **47.** $1/x$ **49.** $2/x$ **51.** $4(\ln x)^3/x$

53. $2/(t + 1)$ **55.** $\dfrac{2x^2 - 1}{x(x^2 - 1)}$ **57.** $\dfrac{1 - x^2}{x(x^2 + 1)}$

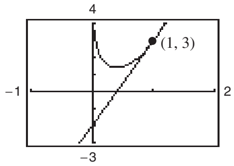
59. $\dfrac{1 - 2\ln t}{t^3}$ **61.** $\dfrac{2}{x \ln x^2} = \dfrac{1}{x \ln x}$ **63.** $\dfrac{1}{1 - x^2}$

65. $\dfrac{-4}{x(x^2 + 4)}$ **67.** $\dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2}$ **69.** $\cot x$

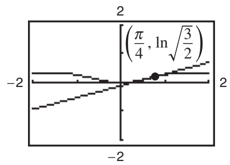
71. $-\tan x + \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x - 1}$ **73.** $\dfrac{3\cos x}{(\operatorname{sen} x - 1)(\operatorname{sen} x + 2)}$

75. $[\ln(2x) + 1]/x$

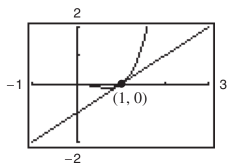
77. *a)* $5x - y - 2 = 0$
b)



79. *a)* $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{12}\pi + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{3}{2}\right)$
b)



81. *a)* $y = x - 1$
b)



83. $2xy/(3 - 2y^2)$

85. $\dfrac{y(1 - 6x^2)}{1 + y}$ **87.** $y = x - 1$

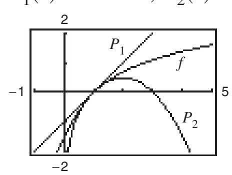
89. $xy'' + y' = x(-2/x^2) + (2/x) = 0$

91. Mínimo relativo: $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

93. Mínimo relativo: $(e^{-1}, -e^{-1})$

95. Mínimo relativo: (e, e); punto de inflexión: $(e^2, e^2/2)$

97. $P_1(x) = x - 1$; $P_2(x) = x - 1 - \frac{1}{2}(x - 1)^2$



Los valores de f y P_1 y P_2 y sus primeras derivadas coinciden en $x = 1$.

99. $x \approx 0.567$ **101.** $(2x^2 + 1)/\sqrt{x^2 + 1}$

103. $\dfrac{3x^3 + 15x^2 - 8x}{2(x + 1)^3\sqrt{3x - 2}}$ **105.** $\dfrac{(2x^2 + 2x - 1)\sqrt{x - 1}}{(x + 1)^{3/2}}$

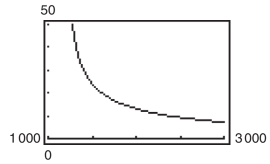
107. El dominio de la función logaritmo natural es $(0, \infty)$ y el rango es $(-\infty, \infty)$. La función es continua, creciente e inyectiva, y su gráfica es cóncava hacia abajo. Además, si a y b son números positivos y n es racional, entonces $\ln(1) = 0$, $\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$, $\ln(a^n) = n \ln a$ y $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$.

109. *a)* Sí. Si la gráfica de g es creciente, entonces $g'(x) > 0$. Como $f(x) > 0$, entonces se sabe que $f'(x) = g'(x)f(x)$ de modo que $f'(x) > 0$. Por tanto, la gráfica de f es creciente.
b) No. Sea $f(x) = x^2 + 1$ (positiva y cóncava hacia arriba) y sea $g(x) = \ln(x^2 + 1)$ (no cóncava hacia arriba).

111. Falso; $\ln x + \ln 25 = \ln 25x$.

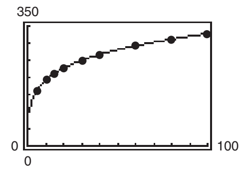
113. Falso; π es una constante, de manera que $\dfrac{d}{dx}[\ln \pi] = 0$.

115. *a)*

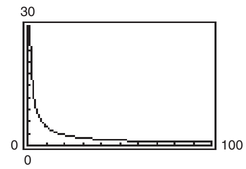


b) 30 años; $\$503\,434.80$
c) 20 años; $\$386\,685.60$
d) Cuando $x = 1\,398.43$, $dt/dx \approx -0.0805$.
Cuando $x = 1\,611.19$, $dt/dx \approx -0.0287$.
e) Una mensualidad mayor tiene dos ventajas: el plazo es más breve y la cantidad pagada es menor.

117. *a)*



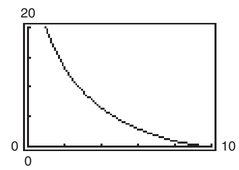
c)



b) $T'(10) \approx 4.75°/\text{lb/pulg}^2$
$T'(70) \approx 0.97°/\text{lb/pulg}^2$

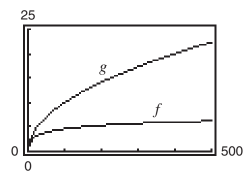
$\displaystyle\lim_{p \to \infty} T'(p) = 0$
Las respuestas varían.

119. *a)*



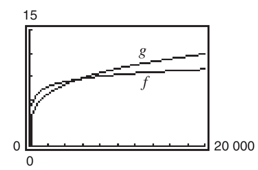
b) Cuando $x = 5$, $dy/dx = -\sqrt{3}$.
Cuando $x = 9$, $dy/dx = -\sqrt{19}/9$.
c) $\displaystyle\lim_{x \to 10^-} \frac{dy}{dx} = 0$

121. *a)*



Para $x > 4$, $g'(x) > f'(x)$. g crece más rápidamente que f para valores grandes de x.

b)



Para $x > 256$, $g'(x) > f'(x)$. g crece más rápidamente que f para valores grandes de x.

$f(x) = \ln x$ crece lentamente para valores grandes de x.

Sección 5.2 (página 340)

1. $5\ln|x| + C$ **3.** $\ln|x + 1| + C$ **5.** $\frac{1}{2}\ln|2x + 5| + C$

7. $\frac{1}{2}\ln|x^2 - 3| + C$ **9.** $\ln|x^4 + 3x| + C$

11. $x^2/2 - \ln(x^4) + C$ **13.** $\frac{1}{3}\ln|x^3 + 3x^2 + 9x| + C$

15. $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 6\ln|x + 1| + C$ **17.** $\frac{1}{3}x^3 + 5\ln|x - 3| + C$

19. $\frac{1}{3}x^3 - 2x + \ln\sqrt{x^2 + 2} + C$ **21.** $\frac{1}{3}(\ln x)^3 + C$

23. $2\sqrt{x + 1} + C$ **25.** $2\ln|x - 1| - 2/(x - 1) + C$

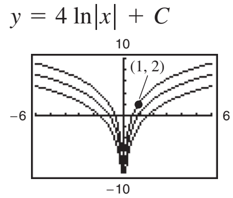
27. $\sqrt{2x} - \ln\left|1 + \sqrt{2x}\right| + C$

29. $x + 6\sqrt{x} + 18\ln\left|\sqrt{x} - 3\right| + C$ **31.** $3\ln\left|\operatorname{sen}\dfrac{\theta}{3}\right| + C$

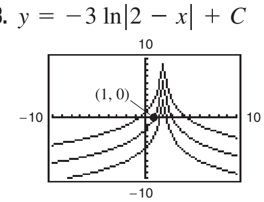
33. $-\frac{1}{2}\ln|\csc 2x + \cot 2x| + C$ **35.** $\frac{1}{3}\operatorname{sen} 3\theta - \theta + C$

37. $\ln|1 + \operatorname{sen} t| + C$ **39.** $\ln|\sec x - 1| + C$

41. $y = 4\ln|x| + C$

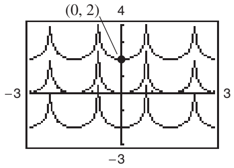


43. $y = -3\ln|2 - x| + C$

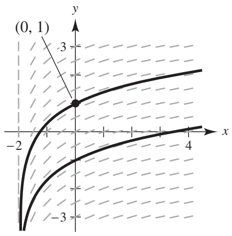


La gráfica tiene un hueco en $x = 2$.

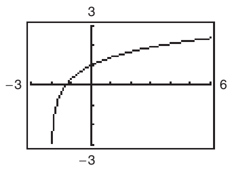
45. $s = -\frac{1}{2}\ln|\cos 2\theta| + C$ **47.** $f(x) = -2\ln x + 3x - 2$



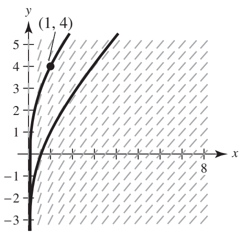
49. *a*)



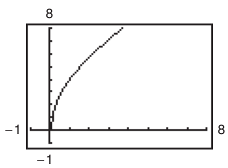
b) $y = \ln\left(\frac{x+2}{2}\right) + 1$



51. *a*)



b) $y = \ln x + x + 3$



53. $\frac{5}{3}\ln 13 \approx 4.275$ **55.** $\frac{7}{3}$ **57.** $-\ln 3 \approx -1.099$

59. $\ln\left|\frac{2 - \operatorname{sen} 2}{1 - \operatorname{sen} 1}\right| \approx 1.929$ **61.** $2\left[\sqrt{x} - \ln\left(1 + \sqrt{x}\right)\right] + C$

63. $\ln\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right) + 2\sqrt{x} + C$ **65.** $\ln\left(\sqrt{2}+1\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.174$

67. $1/x$ **69.** $1/x$ **71.** *d* **73.** $6\ln 3$ **75.** $\frac{1}{2}\ln 2$

77. $\frac{15}{2} + 8\ln 2 \approx 13.045$

79. $(12/\pi)\ln\left(2 + \sqrt{3}\right) \approx 5.03$

81. Regla trapezoidal: 20.2
Regla de Simpson: 19.4667

83. Regla trapezoidal: 5.3368
Regla de Simpson: 5.3632

85. Regla de las potencias. **87.** Regla de los logaritmos.

89. $x = 2$ **91.** Demostración

93. $-\ln|\cos x| + C = \ln|1/\cos x| + C = \ln|\sec x| + C$

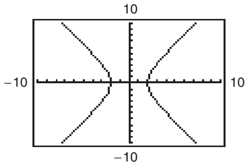
95. $\ln|\sec x + \tan x| + C = \ln\left|\frac{\sec^2 x - \tan^2 x}{\sec x - \tan x}\right| + C$
$= -\ln|\sec x - \tan x| + C$

97. 1 **99.** $1/(e-1) \approx 0.582$

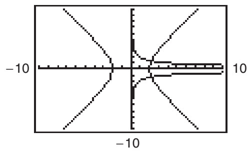
101. $P(t) = 1\,000(12\ln|1 + 0.25t| + 1)$; $P(3) \approx 7715$

103. \$168.27 **105.** Falso. $\frac{1}{2}(\ln x) = \ln x^{1/2}$ **107.** Verdadero

109. *a*)



b) Las respuestas varían.
Ejemplo:
$y^2 = e^{-\ln x + \ln 4} = 4/x$



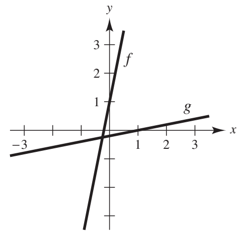
c) Las respuestas varían.

111. Demostración

Sección 5.3 (página 349)

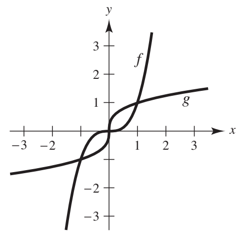
1. *a*) $f(g(x)) = 5[(x-1)/5] + 1 = x$
$g(f(x)) = [(5x+1) - 1]/5 = x$

b)



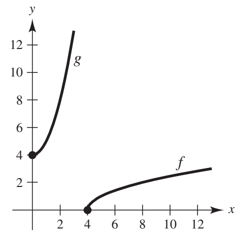
3. *a*) $f(g(x)) = \left(\sqrt[3]{x}\right)^3 = x$; $g(f(x)) = \sqrt[3]{x^3} = x$

b)



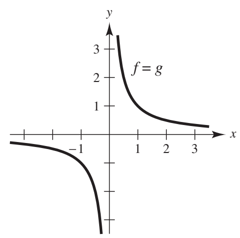
5. *a*) $f(g(x)) = \sqrt{x^2 + 4 - 4} = x$;
$g(f(x)) = \left(\sqrt{x-4}\right)^2 + 4 = x$

b)



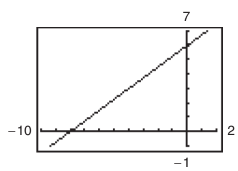
7. *a*) $f(g(x)) = \frac{1}{1/x} = x$; $g(f(x)) = \frac{1}{1/x} = x$

b)



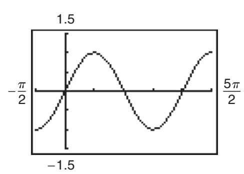
9. *c* **10.** *b* **11.** *a* **12.** *d*

13.



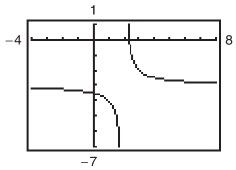
Inyectiva, existe la inversa.

15.



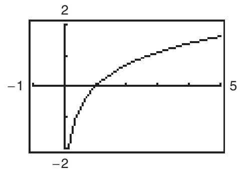
No inyectiva, no existe la inversa.

17.



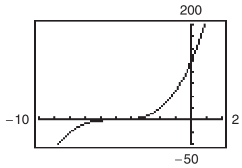
Inyectiva, existe la inversa.

19.



Inyectiva, existe la inversa.

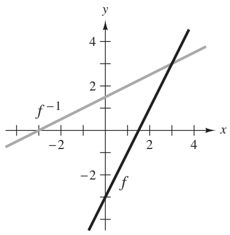
21.



Inyectiva, existe la inversa.

23. *a*) $f^{-1}(x) = (x + 3)/2$

b)

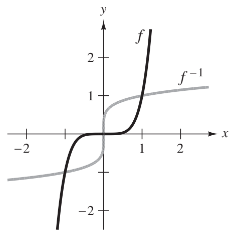


c) f y f^{-1} son simétricas respecto a $y = x$.

d) Dominio de f y f^{-1}: todos los números reales.
Rango de f y f^{-1}: todos los números reales.

25. *a*) $f^{-1}(x) = x^{1/5}$

b)

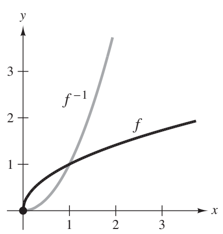


c) f y f^{-1} son simétricas respecto a $y = x$.

d) Dominio de f y f^{-1}: todos los números reales.
Rango de f y f^{-1}: todos los números reales.

27. *a*) $f^{-1}(x) = x^2,\ x \geq 0$

b)

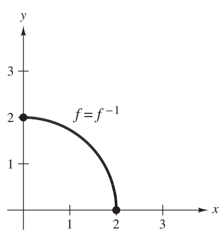


c) f y f^{-1} son simétricas respecto a $y = x$.

d) Dominio de f y f^{-1}:
$x \geq 0$
Rango de f y f^{-1}:
$y \geq 0$

29. *a*) $f^{-1}(x) = \sqrt{4 - x^2}$,
$0 \leq x \leq 2$

b)

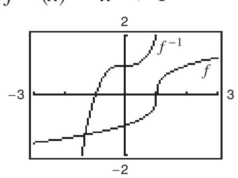


c) f y f^{-1} son simétricas respecto a $y = x$.

d) Dominio de f y f^{-1}:
$0 \leq x \leq 2$
Rango de f y f^{-1}:
$0 \leq y \leq 2$

31. *a*) $f^{-1}(x) = x^3 + 1$

b)

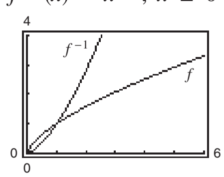


c) f y f^{-1} son simétricas respecto a $y = x$.

d) Dominio de f y f^{-1}: todos los números reales.
Rango de f y f^{-1}: todos los números reales.

33. *a*) $f^{-1}(x) = x^{3/2},\ x \geq 0$

b)

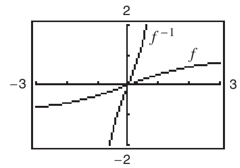


c) f y f^{-1} son simétricas respecto a $y = x$.

d) Dominio de f y f^{-1}:
$x \geq 0$
Rango de f y f^{-1}:
$y \geq 0$

35. *a*) $f^{-1}(x) = \sqrt{7}x/\sqrt{1 - x^2},\ -1 < x < 1$

b)



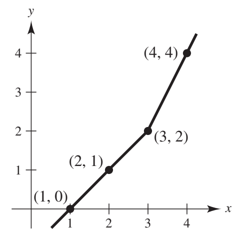
c) f y f^{-1} son simétricas respecto a $y = x$.

d) Dominio de f: todos los números reales.
Dominio de f^{-1}: $-1 < x < 1$
Rango de f: $-1 < y < 1$
Rango de f^{-1}: todos los números reales.

37.

x	0	1	2	4
$f(x)$	1	2	3	4

x	1	2	3	4
$f^{-1}(x)$	0	1	2	4



39. *a*) Demostración

b) $y = \frac{20}{7}(80 - x)$
x: costo total.
y: número de libras del bien menos costos

c) $[62.5, 80]$ *d*) 20 lb

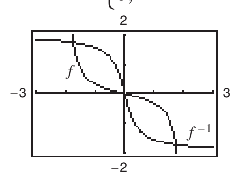
41. Existe la inversa. **43.** No existe la inversa.

45. Existe la inversa. **47.** $f'(x) = 2(x - 4) > 0$ en $(4, \infty)$

49. $f'(x) = -8/x^3 < 0$ en $(0, \infty)$

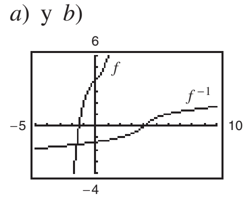
51. $f'(x) = -\operatorname{sen} x < 0$ en $(0, \pi)$

53. $f^{-1}(x) = \begin{cases} \left[1 - \sqrt{1 + 16x^2}\right]/(2x), & \text{si } x \neq 0 \\ 0, & \text{si } x = 0 \end{cases}$



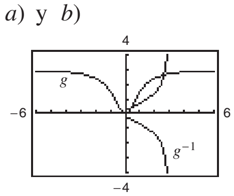
La gráfica de f^{-1} es una reflexión de la gráfica de f respecto de la recta $y = -x$.

55. *a*) y *b*)



c) f es inyectiva y tiene una función inversa

57. *a*) y *b*)



c) g no es inyectiva y no tiene una función inversa

59. Inyectiva
$f^{-1}(x) = x^2 + 2,\ x \geq 0$

61. Inyectiva
$f^{-1}(x) = 2 - x,\ x \geq 0$

63. $f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 3,\ x \geq 0$ (La respuesta no es única)

65. $f^{-1}(x) = x - 3,\ x \geq 0$ (La respuesta no es única)

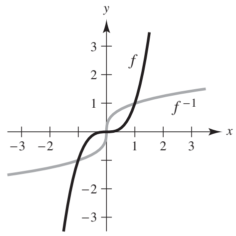
67. Existe la inversa. El volumen es una función creciente, y por tanto es inyectiva. La función inversa proporciona el tiempo t correspondiente al volumen V.

69. No existe la inversa. **71.** $1/27$ **73.** $1/5$

75. $2\sqrt{3}/3$ **77.** -2 **79.** $1/13$

81. *a*) Dominio de f: $(-\infty, \infty)$ *b*) Rango de f: $(-\infty, \infty)$
Dominio de f^{-1}: $(-\infty, \infty)$ Rango de f^{-1}: $(-\infty, \infty)$

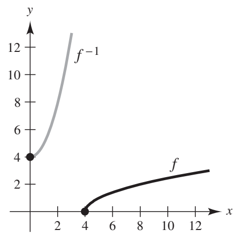
c)



d) $f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}, \left(f^{-1}\right)'\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{4}{3}$

83. *a*) Dominio de f: $[4, \infty)$ *b*) Rango de f: $[0, \infty)$
Dominio de f^{-1}: $[0, \infty)$ Rango de f^{-1}: $[4, \infty)$

c)



d) $f'(5) = \frac{1}{2}, (f^{-1})'(1) = 2$

85. $-\frac{1}{11}$ **87.** 32 **89.** 600

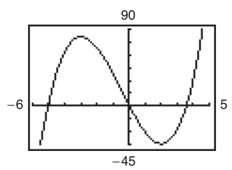
91. $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) = (x + 1)/2$ **93.** $(f \circ g)^{-1}(x) = (x + 1)/2$

95. Sea $y = f(x)$ una función inyectiva. Despejar x en función de y. Intercambiar x y y para obtener $y = f^{-1}(x)$. Sea el rango de f el dominio de f^{-1}. Verificar que $f(f^{-1}(x)) = x$ y $f^{-1}(f(x)) = x$. Ejemplo: $f(x) = x^3$; $y = x^3$; $x = \sqrt[3]{y}$; $y = \sqrt[3]{x}$; $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$

97. Muchos valores de x dan el mismo valor de y. Por ejemplo, $f(\pi) = 0 = f(0)$. La gráfica no es continua en $[(2n - 1)\pi]/2$ donde n es un entero.

99. $\frac{1}{4}$ **101.** Falso. Sea $f(x) = x^2$. **103.** Verdadero

105. *a*)



b) $c = 2$

f no pasa la prueba de la recta horizontal.

107 a 109. Demostraciones **111.** Demostración; cóncava hacia arriba.

113. Demostración; $\sqrt{5}/5$

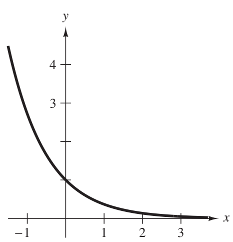
115. *a*) Demostración *b*) $f^{-1}(x) = \dfrac{b - dx}{cx - a}$

c) $a = -d$, o $b = c = 0$, $a = d$

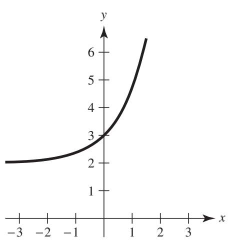
Sección 5.4 (página 358)

1. $x = 4$ **3.** $x \approx 2.485$ **5.** $x = 0$ **7.** $x \approx 0.511$
9. $x \approx 8.862$ **11.** $x \approx 7.389$ **13.** $x \approx 10.389$
15. $x \approx 5.389$

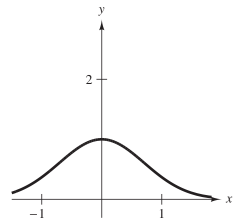
17.



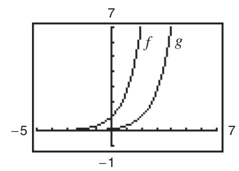
19.



21.

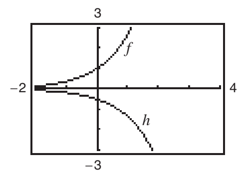


23. *a*)



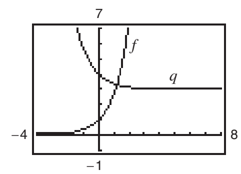
Traslación de dos unidades a la derecha

b)



Reflexión respecto al eje x y un encogimiento vertical.

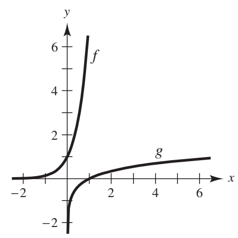
c)



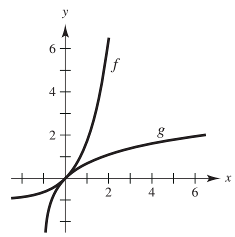
Reflexión respecto al eje x y una traslación de tres unidades hacia arriba.

25. *c* **26.** *d* **27.** *a* **28.** *b*

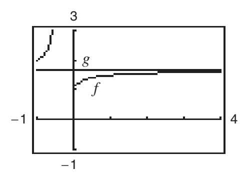
29.



31.



33.



$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} g(x) = e^{0.5}$

35. $2.7182805 < e$ **37.** *a*) $y = 3x + 1$ *b*) $y = -3x + 1$

39. $2e^{2x}$ **41.** $e^{\sqrt{x}}/(2\sqrt{x})$ **43.** e^{x-4} **45.** $e^x\left(\dfrac{1}{x} + \ln x\right)$

47. $e^x(x^3 + 3x^2)$ **49.** $3(e^{-t} + e^t)^2(e^t - e^{-t})$

51. $2e^{2x}/(1 + e^{2x})$ **53.** $-2(e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x})^2$

55. $-2e^x/(e^x - 1)^2$ **57.** $2e^x \cos x$ **59.** $\cos(x)/x$

61. $y = -x + 2$ **63.** $y = -4(x + 1)$ **65.** $y = ex$

67. $y = (1/e)x - 1/e$ **69.** $\dfrac{10 - e^y}{xe^y + 3}$

71. $y = (-e - 1)x + 1$ **73.** $3(6x + 5)e^{-3x}$

75. $y'' - y = 0$
$4e^{-x} - 4e^{-x} = 0$

77. $y'' - 2y' + 3y = 0$
$e^x\left[-\cos\sqrt{2}x - \operatorname{sen}\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}\operatorname{sen}\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}\cos\sqrt{2}x\right] -$
$2e^x\left[-\sqrt{2}\operatorname{sen}\sqrt{2}x + \sqrt{2}\cos\sqrt{2}x + \cos\sqrt{2}x + \operatorname{sen}\sqrt{2}x\right] +$
$3e^x\left[\cos\sqrt{2}x + \operatorname{sen}\sqrt{2}x\right] = 0$
$0 = 0$