

I. Calcule los siguientes límites (20.pts)

1. 
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{\arcsin\left(\frac{x}{y}\right)}{1 + xy}$$

2. 
$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (2,0,1)} xe^{yz}$$

3. 
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^2}$$

4. 
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{x^2 + y^2}$$

5. 
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{(y-1)^2}{x+y-2}$$

II. Estudie la continuidad en los puntos indicados para las siguientes funciones. (20.pts)

1. 
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
 en los puntos  $(0,0); (1,1)$

2. 
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si } x^2 + y^2 \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } x^2 + y^2 = (0,0) \end{cases}$$
 en los puntos  $(0,0); (1,0)$

III Dada la función  $f(x,y) = xy \left( \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \right)$  definir  $f(0,0)$  de manera que  $f$  sea continua en el origen. (10.pts)

IV Evaluar  $f_x$  y  $f_y$  en el puntos dado (10.pts)

1.  $f(x,y) = \arctan \frac{y}{x}$  en  $(2, -2)$

2.  $f(x,y) = \frac{xy}{x-y}$  en  $(2, -2)$

V Hallar todos los valores de  $x$  y  $y$  tales que  $f_x = 0 = f_y$  simultáneamente. (10.pts)

1.  $f(x,y) = x^2 + 4xy + y^2 - 4x + 16y + 3$

2.  $f(x,y) = \ln(x^2 + xy^2 + 1)$

VI Mostrar que la función satisface a la ecuación de Laplace  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  (10.pts)

1.  $z = \arctan \frac{y}{x}$

**VII** Hallar  $\frac{\partial w}{\partial s}$ ;  $\frac{\partial w}{\partial t}$  utilizando la regla de la cadena.(10.pts)

1.  $w = x^2 + y^2 + z^2$  con  $x = t \sin s$ ;  $y = t \cos s$ ;  $z = st^2$

**VIII** Hallar la derivada direccional de las siguientes funciones en dirección de los puntos dados(10.pts)

1.  $f(x,y) = 3x^2 - 2y^2$  en dirección  $P(-\frac{3}{4}, 0)$  a  $Q(0, 1)$

2.  $f(x,y) = \sin 2x \cos y$  en dirección  $P(0, 0)$  a  $Q(\frac{\pi}{2}, \pi)$

a. El valor máximo y mínimo de la derivada direccional

3. La superficie de una montaña se modela mediante la ecuación  $h(x,y) = 5000 - 0.001x^2 - 0.004y^2$ . Un montañista se encuentra en el punto  $(500, 300, 4390)$ . ¿En qué dirección debe moverse para ascender con mayor rapidez?

4. Hallar un vector normal a la curva de nivel  $f(x,y) = c$  en el punto  $P(x_0, y_0)$

a.  $f(x,y) = x^2 + y^2$   $c = 25$   $P(3, 4)$

b.  $f(x,y) = xy$   $c = -3$   $P(-1, 3)$

5. Hallar un vector unitario normal a la gráfica de la ecuación en el punto dado. Dibujar los resultados.

a.  $4x^2 - y = 6$  en  $(2, 10)$

b.  $3x^2 - 2y^2 = 1$  en  $(1, 1)$