

Ejemplo 1.

El señor Carlos, tiene B/9.00 en monedas de 10, 25 y 5 centavos respectivamente. El número de monedas de diez centavos es igual al doble del número de monedas de cinco centavos, y las de veinticinco centavos es igual a la suma de las dos anteriores. **Hallar cuántas monedas de cada clase tiene.**

**Representación:**

Consideremos  $B/1.00 = 100$  centavos y  $B/9.00 = 900$  centavos.

Designamos por  $x$  a la cantidad de monedas de 5 centavos,  $2x$  el número de monedas de 10 centavos,  $x + 2x = 3x$  la cantidad de monedas 25 centavos.

Esquemáticamente indicaremos la representación algebraica en la siguiente forma:

Cantidad de monedas de 5 centavos	$x$
Cantidad de monedas de 10 centavos	$2x$
Cantidad de monedas de 25 centavos	$3x$

**Planteamiento:**

Para igualar al total de dinero que tiene el señor Flores, debemos multiplicar cada cantidad de monedas por su valor monetario, como se sigue:

$$5x + 20x + 75x = 900$$

**Resolución:**

$$5x + 20x + 75x = 900 \quad \text{Ecuación planteada.}$$

$$100x = 900 \quad \text{Reduciendo términos semejantes.}$$

$$x = 9 \quad \text{Dividiendo ambos términos por 100.}$$

Respuesta: La cantidad de monedas de 5 centavos son 9.

$$2(9) = 18, \text{ es la cantidad de monedas de 10 centavos.}$$

$$3(9) = 27, \text{ es la cantidad de monedas de 25 centavos.}$$

Sistemas de ecuaciones lineales

**Comprobación:**

A continuación comprobaremos la solución del problema.

Para comprobar esta solución, multiplicamos la cantidad de cada lote de monedas por su valor monetario, sumamos estas cantidades y la igualamos al dinero que tiene el señor Flores.

$$9(0,05) + 18(0,10) + 27(0,25) = 9,00$$

$$0,45 + 1,80 + 6,55 = 9,00$$

$$9,00 = 9,00$$

Ejemplo 2.

Una compañía de Bienes Raíces alquiló dos fincas por un año. La renta obtenida durante este periodo fue de B/15 700,00 Encontrar la renta mensual de cada una, si entre ellas hay una diferencia de B/250,00 y la más cara estuvo desocupada dos meses.

**Representación:**

Renta mensual de la finca más barata	$x$
Renta mensual de la finca más cara	$x + 250$

Como la renta producida en un año fue de B/15 700.00, estando la más cara desocupada dos meses entonces planteamos la siguiente ecuación:

**Planteamiento:**

$$12x + 10(x + 250) = 15\ 700$$

**Resolución**

$12x + 10(x + 250) = 15\ 700$	Ecuación planteada.
$12x + 10x + 2\ 500 = 15\ 700$	Realizando producto indicado.
$22x + 2500 = 15\ 700$	Reduciendo términos semejantes.
$22x = 13\ 200$	Restando 2 500 a ambos términos.
$x = 600$	Dividiendo por 22

**Respuesta:**

La renta de la finca más barata era de B/600.00 y la renta mensual de la más cara:

$B/600 + B/250.00 = B/850.00$  de acuerdo a los datos planteados en el problema.

Observación: La comprobación se deja como tarea al estudiante.

Comprobación:

$$\begin{aligned} 10(850) + 12(600) &= 8\,500 + 7\,200 \\ 15\,700 &= 15\,700 \end{aligned}$$

Ejemplo 3.

Una Empresa Nacional de Auditoria y Contabilidad requiere los servicios de 82 personas para ser nombrados como auditores en las provincias de Bocas del Toro, Chiriquí y Los Santos. De los nombrados en la provincia de Chiriquí es el doble de los nombrados en la provincia de Bocas del Toro, y la suma de los nombrados en la provincia de Bocas del Toro y Chiriquí exceda en 20 a los de la provincia de Los Santos. Indique cuántos auditores le corresponderá a cada provincia.

**Representación:**

Auditores nombrados en la provincia de Chiriquí	$x$
Auditores nombrados en la provincia de B. del Toro	$2x$
Auditores nombrados en la provincia de Los Santos	$3x - 20$

**Planteamiento:**

De tal manera que planteamos la ecuación con los datos anteriores:

$$x + 2x + 3x - 20 = 82$$

**Resolución:**

$$x + 2x + 3x - 20 = 82 \quad \text{Ecuación planteada.}$$

$$6x - 20 = 82 \quad \text{Reduciendo términos semejantes.}$$

$$6x = 102 \quad \text{Sumando 20 en ambos lados de la ecuación.}$$

$$x = 17 \quad \text{Dividiendo a ambos lados de la ecuación por 6.}$$

**Respuesta:**

Los auditores nombrados en la provincia de Bocas del Toro fueron 17.

Los nombrados en Chiriquí:  $2x = 2(17) = 34$  auditores y en la provincia de Bocas del Toro:  $3x - 20 = 3(17) - 20 = 61 - 20 = 51$  auditores.

La comprobación se deja de ejercicio.

Ejemplo 4.

Seis personas deciden agruparse para formar una Empresa de Servicios Informáticos, cada una deberá contribuir por partes iguales; pero dos de ellos desistieron del negocio y entonces cada una de las restantes tiene que contribuir con 2 000 dólares más. Hallar cuál es la cantidad de dinero necesaria para llevar cabo el negocio.

**Representación:**

Dinero que aportará cada uno de los 6 socios	$x$
Total de dinero necesario para el negocio	$6x$
Cantidad de dinero que deben poner los 4 socios	$x + 2\,000$

$$\text{Total de dinero necesario para el negocio} \quad 4(x + 2\,000) = 4x + 8\,000$$

$x$  = dinero que aportará cada uno de los 6 socios al comienzo

$6x$  = total de dinero necesario para el negocio

$x + 2\,000$  = cantidad de dinero que deben poner los 4 socios quedaron

$4(x + 2\,000) = 4x + 8\,000$  = total de dinero necesario para el negocio

Planteamiento:  $6x = 4x + 8\,000$

**Resolución:**

$$6x = 4x + 8\,000 \quad \text{Ecuación planteada.}$$

$$6x - 4x = 8\,000 \quad \text{Transposición de términos.}$$

$$2x = 8\,000 \quad \text{Reduciendo términos semejantes.}$$

$$x = 4\,000 \quad \text{Dividiendo ambos lados de la ecuación por 2.}$$

Para saber qué cantidad de dinero se necesita para emprender el negocio, debemos sustituir el valor obtenido en el paso anterior de la expresión  $6x$  ó  $4x + 8\,000$ , como observas a continuación.

$$6x = 6(4\,000) = 24\,000 \quad \text{ó}$$

$$4x + 8\,000 = 4(4\,000) + 8\,000 = 24\,000$$

**Respuesta:**

Se requiere de B/24 000 para llevar a cabo la Empresa de Servicios Informáticos.

La comprobación se deja de ejercicio

**Ejemplo 5.**

Dos estudiantes de La licenciatura en Administración de Empresa se les ha asignado un proyecto de Matemática, que pueden realizar en 6 días. ¿En cuántos días terminarán el proyecto si deciden hacerlo conjuntamente?

**Representación:**

Consideremos el proyecto a realizar como la unidad. Entonces uno de los dos estudiantes realiza  $\frac{1}{4}$  del proyecto por día, mientras que el otro estudiante realiza  $\frac{1}{6}$  del proyecto por día.

**Planteamiento:**

Cantidad de días que tardarán en realizar el proyecto	$x$
Proporción del proyecto realizado	$\frac{1}{x}$

Planteamiento:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x}$$

**Resolución:**

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x}$$

Ecuación planteada.

$$\frac{5}{12} = \frac{1}{x}$$

Reduciendo términos semejantes-

$$5x = 12$$

Multiplicando por  $12x$  para “eliminar” denominadores.

$$x = \frac{12}{5}$$

**Respuesta:**

Luego ambos estudiantes trabajando en conjunto terminarán el proyecto en

$\frac{12}{5}$  días, es decir  $2\frac{2}{5}$  días.

La comprobación se le deja de tarea al estudiante o lector.

Evaluación del Aprendizaje



**Resuelva los siguientes problemas de aplicación y compruébese su resultado.**

1. La Universidad de Panamá desea repartir 150 computadoras entre 4 laboratorios de Informática, tal que al segundo laboratorio le corresponda los  $\frac{5}{6}$  del primero, al tercero los  $\frac{3}{5}$  del segundo y al cuarto  $\frac{1}{3}$  del tercero. Hallar cuántas computadoras tendrá cada laboratorio.
2. La Facultad de Administración de Empresa y Contabilidad, tiene 84 estudiantes que se graduarán el próximo año de Licenciados (as) en Contabilidad y Licenciados (as) en Administración de Empresa. De tal manera que  $\frac{1}{10}$  de los graduados en Administración de Empresa equivalga a  $\frac{1}{4}$  de los graduados en Contabilidad. ¿Qué cantidad se graduaron en cada carrera?
3. El ingreso total de un juego de béisbol fue de B/11 991,00. Los boletos de adultos costaban B/15,00 y B/8,50 los de niños. ¿Cuántos boletos de cada tipo se vendieron si el total de boletos vendidos fue de 919?

4. El almacén B & F adquiere 50 trajes de damas y 35 pares de zapatos por B/ 1 600,00 para ser vendidos en los almacenes del interior de la República. Cada traje debe venderse por el doble de lo que debe venderse cada par de zapatos más B/50.00. Hallar cuánto costará cada traje y cada par de zapatos.
5. Entre tres hermanos, Tomás, Ricardo y Enrique, compraron una computadora. Tomás contribuyó una cantidad igual a una cuarta parte del precio de la computadora. Ricardo, pagó 50 más que Tomás y Enrique 50 más que Ricardo. Calcule cuál es el precio de la computadora.
6. Cinco veces el precio de un artículo es 10 unidades más que el triple del mismo precio. Hallar el precio del artículo.
7. Una parte de B/ 7 000,00 se invirtió al 3%, y la otra parte se invirtió al 4%. Si el interés devengado fue de B/240,00. Encuéntrese el valor de cada parte.
8. Un número es 8 unidades menor que otro. La suma de ambos es 20. ¿Cuáles son los números?
9. Cinco veces el precio de un artículo es 10 unidades más que el triple del mismo precio. Hallar el precio del artículo.
10. El señor Julio desea repartir B/48 000,00 entre sus dos nietas; de modo que la nieta menor deberá recibir los  $\frac{5}{7}$  de la parte que le corresponderá a la nieta mayor. Hallar la cantidad de dinero que le tocará a cada una.
11. El señor Flores tiene el triple de la edad de su hijo mayor, y este, seis veces la del menor; juntos, las edades suman 50 años. Calcular la edad de cada uno.



12. La Universidad de Panamá desea repartir 150 personas entre 4 laboratorios de Informática, de tal manera, que al segundo laboratorio le corresponda  $\frac{5}{6}$  de lo que le corresponderá al primero, al tercero los  $\frac{3}{5}$  del segundo y al cuarto  $\frac{1}{3}$  del tercero. Hallar cuántas computadoras tendrá cada laboratorio.



## Sistemas de ecuaciones lineales

La resolución de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas ocupó durante los siglos XVI y XVII a una brillante escuela de algebristas, principalmente italianos. Sus ingeniosos métodos algebraicos aún siguen proponiéndose como alternativa a la teoría de matrices que fue desarrollada y refinada en los siglos posteriores.

En esta sección del capítulo se desarrollará una de las ideas con mayor uso práctico en matemática. Su importancia radica en la gran cantidad de aplicaciones que tiene en la vida cotidiana y profesional. Estos son los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. El cual veremos de forma inmediata su definición.

**Definición 1:** Un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas es una expresión formada por dos ecuaciones de primer grado, con dos incógnitas de la forma:

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \text{y} \quad a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

En donde  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$  son constantes y  $x$  e  $y$ , las variables o incógnitas. Para representar nuestro sistema en forma simplificada, usamos un el signo de llaves incluyendo las dos ecuaciones, como sigue:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$



### Sistemas de ecuaciones lineales