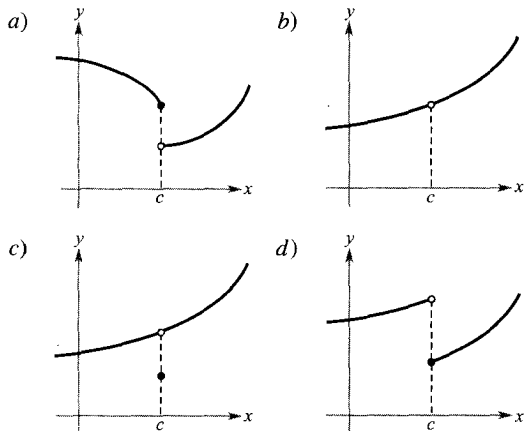


## Ejercicios de la Sección 1.4

1. **Para pensar** Establecer cómo se destruye la continuidad en  $x = c$  en cada una de las siguientes situaciones.



2. **Redacción** Describir la diferencia entre discontinuidad evitable e inevitable. En la explicación, dar ejemplos de:

- Una función con una discontinuidad inevitable en  $x = 2$ .
- Una función con una discontinuidad evitable en  $x = -2$ .
- Una función que presente las dos características descritas en los apartados a) y b).

3. **Para pensar** Esbozar la gráfica de una función tal que

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 1$$

y

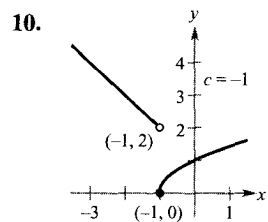
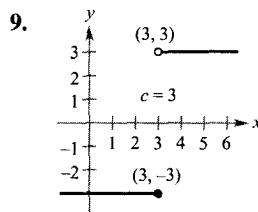
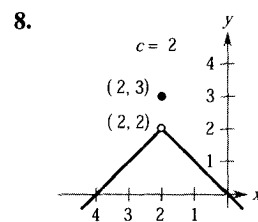
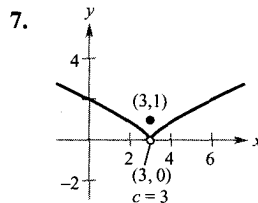
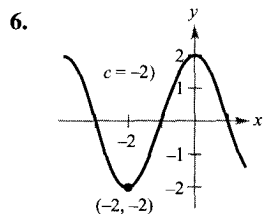
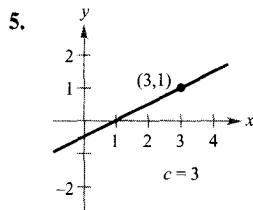
$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 0$$

¿Es la función continua en  $x = 3$ ? Explicar la respuesta.

4. **Para pensar** Si las funciones  $f$  y  $g$  son continuas en todos los  $x$  reales, ¿es siempre  $f + g$  continua en todos los  $x$  reales?, ¿y  $f/g$ ? Si alguna de las dos no es necesariamente continua, dar un ejemplo para verificar la conclusión.

En los Ejercicios 5-10, determinar el límite usando la gráfica.

- a)  $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$       b)  $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$       c)  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$



En los Ejercicios 11-26, hallar el límite (si existe).

11.  $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x-5}{x^2-25}$

12.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-x}{x^2-4}$

13.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$

14.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$

15.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

16.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$

17.  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{1}{x+\Delta x} - \frac{1}{x}}{\Delta x}$

18.  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{(x+\Delta x)^2 + x + \Delta x - (x^2 + x)}{\Delta x}$

19.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ , donde  $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{2}, & x \leq 3 \\ \frac{12-2x}{3}, & x > 3 \end{cases}$

20.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ , donde  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & x < 2 \\ -x^2 + 4x - 2, & x \geq 2 \end{cases}$

21.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , donde  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & x < 1 \\ x + 1, & x \geq 1 \end{cases}$

22.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , donde  $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ 1-x, & x > 1 \end{cases}$

23.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \operatorname{ctg} x$

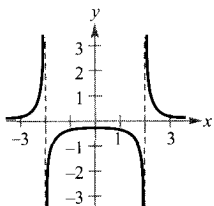
24.  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \sec x$

25.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} (2\lceil x \rceil - 1)$

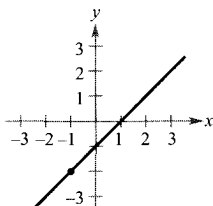
26.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (2x - \lfloor x \rfloor)$

En los Ejercicios 27-30, hallar los valores de  $x$  (si hay alguno) en los que  $f$  no es continua.

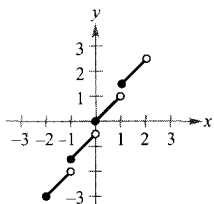
$$27. f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$$



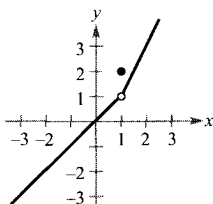
$$28. f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$$



$$29. f(x) = \frac{1}{2} \llbracket x \rrbracket + x$$



$$30. f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ 2x - 1, & x > 1 \end{cases}$$



En los Ejercicios 31-52, hallar los valores de  $x$  (si existe alguno) en los que  $f$  no es continua. ¿Qué discontinuidades son evitables?

$$31. f(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$32. f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$33. f(x) = x + \sin x$$

$$34. f(x) = \cos \frac{\pi x}{2}$$

$$35. f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$36. f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$37. f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$38. f(x) = \frac{x-3}{x^2 - 9}$$

$$39. f(x) = \frac{x+2}{x^2 - 3x - 10}$$

$$40. f(x) = \frac{x-1}{x^2 + x - 2}$$

$$41. f(x) = \frac{|x+2|}{x+2}$$

$$42. f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$$

$$43. f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$$

$$44. f(x) = \begin{cases} -2x + 3, & x < 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$45. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1, & x \leq 2 \\ 3 - x, & x > 2 \end{cases}$$

$$46. f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 2 \\ x^2 - 4x + 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$47. f(x) = \begin{cases} \operatorname{cosec} \frac{\pi x}{6}, & |x-3| \leq 2 \\ 2, & |x-3| > 2 \end{cases}$$

$$48. f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}, & |x| < 1 \\ x, & |x| \geq 1 \end{cases}$$

$$49. f(x) = \operatorname{cosec} 2x$$

$$50. f(x) = \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$51. f(x) = \llbracket x - 1 \rrbracket$$

$$52. f(x) = x - \llbracket x \rrbracket$$

En los Ejercicios 53 y 54, representar la función en la calculadora. A partir de la gráfica, estimar

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

¿Es la función continua en toda la recta real?

$$53. f(x) = \frac{|x^2 - 4|x||}{x + 2}$$

$$54. f(x) = \frac{|x^2 + 4x|(x + 2)}{x + 4}$$

En los Ejercicios 55-58, determinar los valores de las constantes  $a$  y  $b$  que hacen que la función sea continua en toda la recta real.

$$55. f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 2 \\ ax^2, & x > 2 \end{cases} \quad 56. g(x) = \begin{cases} \frac{4 \operatorname{sen} x}{x}, & x < 0 \\ a - 2x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$57. f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq -1 \\ ax + b, & -1 < x < 3 \\ -2, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$58. g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a^2}{x - a}, & x \neq a \\ 8, & x = a \end{cases}$$

En los Ejercicios 59-62, discutir la continuidad de la función compuesta  $h(x) = f(g(x))$ .

$$59. f(x) = x^2$$

$$60. f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$g(x) = x - 1$$

$$g(x) = x - 1$$

$$61. f(x) = \frac{1}{(x-6)}$$

$$62. f(x) = \operatorname{sen} x$$

$$g(x) = x^2 + 5$$

$$g(x) = x^2$$