ciante desea que la cantidad de clase más baja de cacahuates sea el doble de la de cacahuates de clase más alta, ¿cuántas libras de cada variedad debe mezclar?

SOLUCIÓN Introduzcamos las tres variables, como sigue:

x = número de libras de cacahuates de \$3 por libra

y = número de libras de cacahuates de \$4 por libra

z = número de libras de nueces de la India de \$8 por libra

Consultamos el enunciado del problema y obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 140 & \text{ecuación del peso} \\ 3x + 4y + 8z = 6(140) & \text{ecuación del valor} \\ x = 2y & \text{restricción} \end{cases}$$

El lector puede verificar que la solución de este sistema es $x = 40$, $y = 20$, $z = 80$. Entonces, el comerciante debe usar 40 libras de los cacahuates de \$3/libra, 20 libras de los cacahuates de \$4/libra y 80 libras de nueces de la India.

Ocasionalmente podemos combinar transformaciones de renglón para simplificar nuestro trabajo. Por ejemplo, considere la matriz aumentada

$$\begin{bmatrix} 11 & 3 & 8 & 9 \\ 7 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 87 & 80 & 94 \end{bmatrix}.$$

Para obtener un 1 en la primera columna, parece que tenemos que multiplicar el renglón 1 por $\frac{1}{11}$ o el renglón 2 por $\frac{1}{7}$. No obstante, podemos multiplicar el renglón 1 por 2 y el renglón 2 por -3 y entonces sumar esos dos renglones para obtener

$$2(11) + (-3)(7) = 22 + (-21) = 1$$

en la columna uno, como se muestra en la siguiente matriz:

$$\mathbf{2R_1 - 3R_2 \to R_1} \begin{bmatrix} 1 & 12 & 10 & 15 \\ 7 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 87 & 80 & 94 \end{bmatrix}$$

Podemos entonces continuar para hallar la forma escalonada reducida sin el engorro de usar fracciones. Este proceso se denomina **combinación lineal de renglones.**

9.5 *Ejercicios*

Ejer. 1-22: Use matrices para resolver el sistema.

1 $\begin{cases} x - 2y - 3z = -1 \\ 2x + y + z = 6 \\ x + 3y - 2z = 13 \end{cases}$

2 $\begin{cases} x + 3y - z = -3 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = -1 \end{cases}$

3 $\begin{cases} 5x + 2y - z = -7 \\ x - 2y + 2z = 0 \\ 3y + z = 17 \end{cases}$

4 $\begin{cases} 4x - y + 3z = 6 \\ -8x + 3y - 5z = -6 \\ 5x - 4y = -9 \end{cases}$

5 $\begin{cases} 2x + 6y - 4z = 1 \\ x + 3y - 2z = 4 \\ 2x + y - 3z = -7 \end{cases}$

6 $\begin{cases} x + 3y - 3z = -5 \\ 2x - y + z = -3 \\ -6x + 3y - 3z = 4 \end{cases}$

7 $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = -3 \\ -3x + 2y + z = 1 \\ 4x + y - 3z = 4 \end{cases}$

8 $\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ 3x + 2y - z = -5 \\ 5x - 2y + z = 0 \end{cases}$

9 $\begin{cases} x + 3y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ x - 2y - 4z = 0 \end{cases}$

10 $\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x - y - 2z = 0 \\ 2x - 3y - z = 0 \end{cases}$

11 $\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x - 2y - 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$

12 $\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ x - y - 4z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

13 $\begin{cases} 3x - 2y + 5z = 7 \\ x + 4y - z = -2 \end{cases}$

14 $\begin{cases} 2x - y + 4z = 8 \\ -3x + y - 2z = 5 \end{cases}$

15 $\begin{cases} 4x - 2y + z = 5 \\ 3x + y - 4z = 0 \end{cases}$

16 $\begin{cases} 5x + 2y - z = 10 \\ y + z = -3 \end{cases}$

17 $\begin{cases} 5x + 2z = 1 \\ y - 3z = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

18 $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3y + z = -2 \\ 5x - 3z = 3 \end{cases}$

19 $\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 2x + y = -7 \\ -x + y = -1 \end{cases}$

20 $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ x + y = 1 \\ x - 2y = 13 \end{cases}$

21 $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - 3y = 4 \\ x + y = -2 \end{cases}$

22 $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ 2x + 2y = 1 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases}$

23 **Mezclar soluciones ácidas** Tres soluciones contienen cierto ácido. La primera contiene 10% de ácido, la segunda 30% y la tercera 50%. Un químico desea usar las tres soluciones para obtener una mezcla de 50 litros que contenga 32% de ácido. Si el químico desea usar el doble de la solución al 50% que la solución al 30%, ¿cuántos litros de cada solución debe usar?

24 **Llenar una piscina** Una piscina puede ser llenada por tres tubos, A, B y C. El tubo A por sí solo puede llenar la piscina en 8 horas. Si los tubos A y C se usan juntos, la piscina se puede llenar en 6 horas; si el B y el C se usan juntos, tardan 10 horas. ¿Cuánto tiempo tarda en llenarse la piscina si se usan los tres tubos?

25 **Capacidad de producción** Una compañía tiene tres máquinas, A, B y C que pueden producir cierto artículo cada de ellas. No obstante, por la falta de operadores capacitados, sólo dos de las máquinas pueden usarse simultáneamente. La tabla siguiente indica la producción de un periodo de tres días, usando varias combinaciones de las máquinas. ¿Cuánto tomaría a cada máquina, si se usa sola, producir 1000 artículos?

Máquinas usadas	Horas usadas	Artículos producidos
A y B	6	4500
A y C	8	3600
B y C	7	4900

26 **Resistencia eléctrica** En circuitos eléctricos, la fórmula $1/R = (1/R_1) + (1/R_2)$ se usa para hallar la resistencia total R si dos resistores R_1 y R_2 están conectados en paralelo. Dados tres resistores, A, B y C, suponga que la resistencia total es 48 ohms si A y B están conectados en paralelo, 80 ohms si B y C están conectados en paralelo y 60 ohms si A y C están conectados en paralelo. Encuentre las resistencias de A, B y C.

27 **Mezclar fertilizantes** Un proveedor de productos para jardines tiene tres tipos de fertilizante para césped, G_1, G_2 y G_3 que tienen contenido de nitrógeno de 30%, 20% y 15%, respectivamente. El proveedor piensa mezclarlos para obtener 600 libras de fertilizante con 25% de contenido de nitrógeno. La mezcla debe contener 100 libras más del tipo G_3 que del G_2. ¿Cuánto de cada tipo debe usar?

28 **Aceleración de partículas** Si una partícula se mueve a lo largo de una recta de coordenadas con aceleración a constante (en cm/s²), entonces en el tiempo t (en segundos) su distancia $s(t)$ (en centímetros) desde el origen es

$$s(t) = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$$

para velocidad v_0 y distancia s_0 desde el origen en $t = 0$. Si las distancias de la partícula desde el origen en $t = \tfrac{1}{2}$, $t = 1$ y $t = \tfrac{3}{2}$ son 7, 11 y 17, respectivamente, encuentre a, v_0 y s_0.

29 Corrientes eléctricas En la figura se muestra el diagrama de un circuito eléctrico que contiene tres resistores, una batería de 6 volts y una batería de 12 volts. Se puede demostrar, usando las leyes de Kirchhoff, que las tres corrientes, I_1, I_2 e I_3 son soluciones del siguiente sistema de ecuaciones:

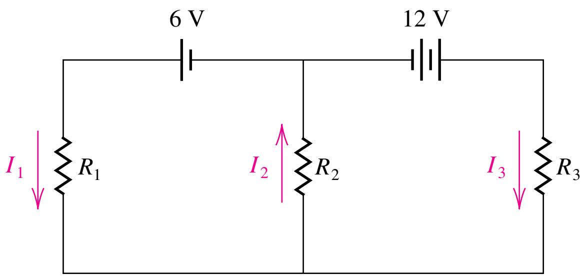
$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 = 6 \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 = 12 \end{cases}$$

Encuentre las tres corrientes si

(a) $R_1 = R_2 = R_3 = 3$ ohms

(b) $R_1 = 4$ ohms, $R_2 = 1$ ohm y $R_3 = 4$ ohms

Ejercicio 29



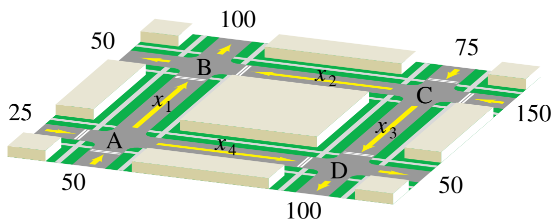
30 Población de aves Una población estable de 35,000 aves vive en tres islas. Cada año, 10% de la población de la isla A migra a la isla B, 20% de la población de la isla B migra a la isla C y 5% de la población de la isla C migra a la isla A. Encuentre el número de aves en cada isla si la cuenta de la población de cada isla no varía de año en año.

31 Mezclar granos de café Una tienda se especializa en preparar mezclas de café para gourmet. De granos de café de Colombia, Costa Rica y Kenia, el propietario desea preparar bolsas de 1 libra que venderá en \$12.50. El costo por libra de estos cafés es \$14, \$10 y \$12, respectivamente. La cantidad de café de Colombia debe ser el triple del de Costa Rica. Encuentre la cantidad de cada tipo de café en la mezcla.

32 Pesos de cadenas Hay tres cadenas que pesan 450, 610 y 950 onzas, cada una de ellas formada por eslabones de tres tamaños diferentes. Cada cadena tiene 10 eslabones pequeños y también tienen 20, 30 y 40 eslabones de tamaño mediano, así como 30, 40 y 70 eslabones grandes, respectivamente. Encuentre los pesos de los eslabones pequeños, medianos y grandes.

33 Flujo de tránsito En la figura se muestra un sistema de cuatro calles con circulación en un solo sentido y que llevan al centro de una ciudad. Los números que se ven en la figura denotan el número promedio de vehículos por hora que se desplazan en las direcciones mostradas. Un total de 300 vehículos entran a la zona y 300 salen de ella en una hora. Los semáforos en los cruceros A, B, C y D se han de sincronizar para evitar atascos y esta sincronización determinará las cantidades de flujo de tránsito x_1, x_2, x_3 y x_4.

Ejercicio 33



(a) Si el número de vehículos que entran en un crucero por hora debe ser igual al número de los que salgan de ese crucero en el mismo tiempo, describa, con un sistema de ecuaciones, las cantidades de flujo de tránsito en cada crucero.

(b) Si el semáforo en el crucero C está sincronizado para que x_3 sea igual a 100, encuentre x_1, x_2 y x_4.

(c) Haga uso del sistema de la parte (a) para explicar por qué $75 \leq x_3 \leq 150$.

34 Si $f(x) = ax^3 + bx + c$, determine a, b y c tales que la gráfica de f pase por los puntos $P(-3, -12)$, $Q(-1, 22)$ y $R(2, 13)$.

35 Contaminación del aire Entre 1850 y 1985, aproximadamente 155,000 millones de toneladas métricas de carbón se descargaron en la atmósfera terrestre y el clima se hizo 0.5°C más caliente, indicación ésta del *efecto invernadero.* Se estima que duplicar la cantidad de dióxido de carbono (CO_2) en la atmósfera resultaría en un aumento promedio de temperatura mundial de 4 a 5°C. La cantidad futura A de CO_2 en la atmósfera en partes por millón a veces se calcula usando la fórmula $A = a + ct + ke^{rt}$, donde a, c y k son constantes, r es el porcentaje de aumento en la emisión de CO_2 y t es el tiempo en años, con $t = 0$ correspondiente a 1990. Suponga que se calcula que en el año 2070, A será 800 si $r = 2.5\%$ y A será de 560 si $r = 1.5\%$. Si, en 1990, $A = 340$ y $r = 1\%$, encuentre el año en el que la cantidad de CO_2 en la atmósfera se habrá duplicado.

36 Contaminación del aire Consulte el ejercicio 35. Suponga que se calcula que en el año 2030 A será 455 si $r = 2.0\%$ y A será 430 si $r = 1.5\%$. Si, en 1990, $A = 340$ y $r = 2.5\%$,

11 3.5 lb de S y 1 lb de T
13 Enviar 25 de W_1 a A y 0 de W_1 a B.
Enviar 10 de W_2 a A y 60 de W_2 a B.
15 Nada de alfalfa y 80 acres de maíz
17 Costo mínimo: 16 onzas X, 4 onzas Y, 0 onzas Z; costo máximo: 0 onzas X, 8 onzas Y, 12 onzas Z
19 2 camionetas y 4 autobuses
21 3000 truchas y 2000 lobinas
23 60 unidades pequeñas y 20 unidades de lujo

EJERCICIOS 9.5

1 $(2, 3, -1)$ **3** $(-2, 4, 5)$ **5** No hay solución
7 $\left(\frac{2}{3}, \frac{31}{21}, \frac{1}{21}\right)$

Ejer. 9-16: Hay otras formas para las respuestas; c es cualquier número real.

9 $(2c, -c, c)$ **11** $(0, -c, c)$
13 $\left(\frac{12}{7} - \frac{9}{7}c, \frac{4}{7}c - \frac{13}{14}, c\right)$
15 $\left(\frac{7}{10}c + \frac{1}{2}, \frac{19}{10}c - \frac{3}{2}, c\right)$
17 $\left(\frac{1}{11}, \frac{31}{11}, \frac{3}{11}\right)$ **19** $(-2, -3)$ **21** No hay solución
23 17 de 10%, 11 de 30%, 22 de 50%
25 4 horas para A, 2 horas para B, 5 horas para C
27 380 lb de G_1, 60 lb de G_2, 160 lb de G_3
29 **(a)** $I_1 = 0, I_2 = 2, I_3 = 2$ **(b)** $I_1 = \frac{3}{4}, I_2 = 3, I_3 = \frac{9}{4}$
31 $\frac{3}{8}$ de lb café de Colombia, $\frac{1}{8}$ de lb café de Costa Rica, $\frac{1}{2}$ lb de café de Kenia
33 **(a)** A: $x_1 + x_4 = 75$, B: $x_1 + x_2 = 150$, C: $x_2 + x_3 = 225$, D: $x_3 + x_4 = 150$
(b) $x_1 = 25, x_2 = 125, x_4 = 50$
(c) $x_3 = 150 - x_4 \leq 150$;
$x_3 = 225 - x_2 = 225 - (150 - x_1) = 75 + x_1 \geq 75$
35 2134 **37** $x^2 + y^2 - x + 3y - 6 = 0$
39 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x - 6$
41 $a = -\frac{4}{9}, b = \frac{11}{9}, c = \frac{17}{18}, d = \frac{23}{18}$

EJERCICIOS 9.6

1 $\begin{bmatrix} 9 & -1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -12 & -3 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$

3 $\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 1 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -5 \\ -9 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12 & -2 \\ 4 & 0 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -9 & -3 \\ 3 & -15 \\ -18 & 0 \end{bmatrix}$

5 $[11 \quad -3 \quad -3], [-3 \quad -3 \quad 7], [8 \quad -6 \quad 4], [-21 \quad 0 \quad 15]$

7 No es posible, no es posible, $\begin{bmatrix} 6 & -4 & 4 \\ 0 & 2 & -8 \\ -6 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -12 & 0 \\ -6 & 3 \\ 3 & -9 \end{bmatrix}$

9 -18 **11** $\begin{bmatrix} 16 & 38 \\ 11 & -34 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 38 \\ 23 & -22 \end{bmatrix}$

13 $\begin{bmatrix} 3 & -14 & -3 \\ 16 & 2 & -2 \\ -7 & -29 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & -20 & -11 \\ 2 & 10 & -4 \\ 15 & -13 & 1 \end{bmatrix}$

15 $\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -18 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ -5 & 2 & 2 \\ -51 & 26 & 10 \end{bmatrix}$

17 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

19 $[15], \begin{bmatrix} -3 & 7 & 2 \\ -12 & 28 & 8 \\ 15 & -35 & -10 \end{bmatrix}$

21 $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 5 & 3 & -2 \end{bmatrix}$, no es posible **23** $\begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ -1 \end{bmatrix}$

25 $\begin{bmatrix} 18 & 0 & -2 \\ -40 & 10 & -10 \end{bmatrix}$ **35** $\begin{bmatrix} 135 & -109 & 91 \\ -39 & 92 & -33 \\ 45 & 3 & 95 \end{bmatrix}$

37 $\begin{bmatrix} 76 & -38 & 102 \\ -5 & 61 & -13 \\ 41 & 0 & 19 \end{bmatrix}$

39 **(a)** $A = \begin{bmatrix} 400 & 550 & 500 \\ 400 & 450 & 500 \\ 300 & 500 & 600 \\ 250 & 200 & 300 \\ 100 & 100 & 200 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \$8.99 \\ \$10.99 \\ \$12.99 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} \$16{,}135.50 \\ \$15{,}036.50 \\ \$15{,}986.00 \\ \$\ \ 8342.50 \\ \$\ \ 4596.00 \end{bmatrix}$

(c) Los $4596.00 representan la cantidad que la tienda recibiría si se vendieran todas las toallas amarillas.