UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PANAMÁ
FACULTAD DE MECÁNICA
CURSO DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
TEMAS: Coeficientes Indeterminado-Método de variación de parámetros y Ecuaciones diferenciales de Cauchy-Euler.

1) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales por el método de Coeficientes Indeterminados u Operador Anulador.

a) $y'' + 25y = 6\sin x$ $\rightarrow y = c_1\cos 5x + c_2\sin 5x + \frac{1}{4}\sin x$

b) $y'' - y = x^2 e^x + 5$ $\rightarrow y = c_1 e^{-x} + c_2 e^x + \frac{1}{6}x^3 e^x - \frac{1}{4}x^2 e^x + \frac{1}{4}xe^x - 5$

c) $y'' + 25y = 20\sin 5x$ $\rightarrow y = c_1\cos 5x + c_2\sin 5x - 2x\cos 5x$

d) $y''' + 8y'' = -6x^2 + 9x + 2$ $\rightarrow y = c_1 + c_2 x + c_3 e^{-8x} + \frac{11}{256}x^2 + \frac{7}{32}x^3 - \frac{1}{16}x^4$

e) $y''' - 3y'' + 3y' - y = e^x - x + 16$ $\rightarrow y = c_1 e^x + c_2 xe^x + c_3 x^2 e^x + \frac{1}{6}x^3 e^x + x - 13$

f) $y'' + y = 8\cos 2x - 4\sin x \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ $\rightarrow y = -\pi\cos x - \frac{5}{3}\sin x - \frac{8}{3}\cos 2x + 2x\cos x$

2) Resuelva cada ecuación diferencial por variación de parámetro.

a) $y'' + y = \sec x$ $R\!: y = \{C_1 cos\, x - C_2 sin\, x + xsin\, x + cos\, xln(cos\, x)\}$

b) $y'' + y = \sin x$ $R\!: y = \{C_1 cos\, x + C_2 sin\, x - \frac{1}{2}xcos\, x\}$

c) $y'' + y = cos^2 x$ $R\!: y = \{C_1 cos\, x + C_2 sin\, x + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}cos 2x\}$

d) $y'' - y = \cosh x$ $R\!:\ y = \left\{C_1 e^{\{-x\}} + C_2 e^{\{x\}} + \left(\frac{1}{2}\right) x\sinh x\right\}$

e) $y'' - 4y = \frac{e^{2x}}{x}$ $R\!: y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + \frac{1}{4}\left(e^{2x}\ln x - e^{-2x}\int_{x_0}^{x}\frac{e^{4t}}{t}dt\right), \quad x_0 > 0$

f) $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1+e^x}$ $R\!: y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x} + (e^{-x} + e^{-2x})\ln(1 + e^x)$

g) $y'' + 3y' + 2y = \sin e^x$ $R\!:\ y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x} - e^{-2x}\sin e^x$

h) $x'' + 2x' + x = e^{-t}\ln t$ $R\!:\ x = C_1 e^{-t} + C_2 te^{-t} + \frac{1}{2}t^2 e^{-t}\ln t - \frac{3}{4}t^2 e^{-t}$

i) $y''' + y' = \tan x$ $R\!: y = C_1 + C_2\cos x + C_3\sin x - \ln\cos x - \sin x\ln|\sec x + \tan x|$

3) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales de Cauchy-Euler (use la sustitución $y = x^m$)

a) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 10x\frac{dy}{dx} + 8y = x^2$ $\rightarrow y = c_1 x^{-1} + c_2 x^{-8} + \frac{1}{30}x^2$

b) $x^2 y'' - 3xy' + 13y = 4 + 3x$ $\rightarrow y = x^2[c_1\cos(3\ln x) + c_2\sin(3\ln x)] + \frac{3}{10}x + \frac{4}{13}$

c) $x^2 y'' - 4xy' + 6y = \ln x^2$ $\rightarrow y = c_1 x^2 + c_2 x^3 + \frac{1}{3}\ln x + \frac{7}{18}$

d) $x^2 y'' + 9xy' - 20y = \frac{5}{x^3}$ $\rightarrow y = c_1 x^2 + c_2 x^{-10} - \frac{1}{7}x^{-3}$

Profesor: Edis Alberto Flores

4) Resuelva los siguientes problemas de aplicación

a) Determine la carga $q(t)$ y la corriente $i(t)$ de estado estable de un circuito en serie LRC,

cuando $L=1h$, $R=2\Omega, C=0.25f$, $E(t)=50\cos t\ V$ use ($L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{1}{C}q=E(t)$ y

$i(t)=\frac{dq}{dt}$

R: $q(t)=\frac{100}{13}\sin t+\frac{150}{13}\cos t$
$i(t)=\frac{100}{13}\cos t-\frac{150}{13}\sin t$ (solución particulares)

b) Suponga que el modelo para un sistema resorte-masa con término de forzamiento $\cos\omega t$ es:

$x''+x=\cos\omega t,\quad x(0)=0,\quad x'(0)=0$, determine la solución general y calcule posición para

$\omega=0.7\ rad \quad y \quad t=5\,seg$ use el método de coeficiente indeterminado

c) Una masa que pesa 2 lb hace que un resorte se estire 6 pulgadas. Cuando $t = 0$, la masa se suelta desde un punto a 8 pulgadas abajo de la posición de equilibrio con una velocidad inicial, hacia arriba, de $\frac{4}{3}$ pies/s. Deduzca la ecuación del movimiento libre. $x(t)=\frac{2}{3}\cos 8t-\frac{1}{6}\operatorname{sen} 8t.$