

Solución del problema (1)

Sabemos : $v_0 = 150\text{m/s}$ y $S(0) = 0.6\text{m}$

Para nuestro sistema: $F = -W - R$ ya que el peso y la resistencia del aire se oponen a la fuerza, luego:

$$ma = -mg - \alpha v \text{ y dividimos por } m \text{ tenemos } a = -g - \frac{\alpha}{m} v$$

$\frac{dv}{dt} = -g - \frac{\alpha}{m} v \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m} v = -g$ luego reemplazamos $\frac{dv}{dt} + \frac{200}{100} v = -9.8$ lo que resulta una ecuación lineal de

$$\text{primer orden } \frac{dv}{dt} + 2v = -9.8$$

$$\text{resolviendo } v(t)e^{2\int dt} = -9.8 \int e^{2\int dt} dt + c \Rightarrow v(t)e^{2t} = -9.8 \int e^{2t} dt + c$$

$$\Rightarrow v(t)e^{2t} = -4.9e^{2t} + c \Rightarrow \mathbf{v(t) = -4.9 + ce^{-2t}}$$
 luego para encontrar c usamos $v_0 = 150\text{m/s}$

$$\Rightarrow 150 = -4.9 + ce^{-2(0)} \Rightarrow c = 154.9 \text{ entonces } \mathbf{v(t) = -4.9 + 154.9e^{-2t}}$$

$$\Rightarrow -4.9 + 154.9e^{-2(0.1)} = [121.92\text{m/seg}]$$

$$\Rightarrow a) v(0.1) = [121.92\text{m/seg}] \text{ (tiene sentido ya que la velocidad esta disminuyendo al subir < 150)}$$

$$\Rightarrow \text{Para calcular el tiempo para cuando } v = 0 \Rightarrow -4.9 + 154.9e^{-2t} = 0, \text{ Solution is:}$$

$$\Rightarrow e^{-2t} = \frac{4.9}{154.9} \Rightarrow t_s = \frac{\ln\left(\frac{4.9}{154.9}\right)}{-2} = 1.726772 \approx 1.73 \text{ seg}$$

$t_s \approx 1.73 \text{ seg}$ (tiempo que demora en subir el objeto)

$$t_s + 0.1 = \text{es tiempo total después que se detiene } t_t = 1.83\text{seg}$$

$$\text{Para este tiempo calculamos la velocidad } \mathbf{v(1.83) = -4.9 + 154.9e^{-2(1.83)} = -0.91\text{m/s}}$$

b) $\mathbf{v(1.83) \approx -0.91\text{m/s}}$ (velocidad a los 0.1 segundo después de que el objeto se detiene en su ascenso)

1) Un objeto de masa de 100g se lanza verticalmente hacia arriba desde un punto que se encuentra 60 cm. arriba de la superficie terrestre con una velocidad inicial de 150m/s. El objeto asciende brevemente y después cae verticalmente hacia la Tierra, durante todo el tiempo actúa sobre ella la resistencia del aire que es numéricamente igual a $200v$ (en dinas). Donde v es la velocidad en m/s.

a. Calcule la velocidad 0.1 segundo después, de que el objeto se lanza.

b. Calcule la velocidad 0.1 segundo después de que el objeto se detiene en su ascenso y empieza su caída.

i. R: $v(t) = -4.9 + 154.9e^{-2t}$ y $v(0.1) = 121.92 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$

ii. R: $t_s = \frac{\ln\left(\frac{4.9}{154.9}\right)}{-2} \approx 1.73 \text{ seg}$; $v(1.73 + 0.1) \approx -0.91 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$