



**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PANAMÁ**  
**FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA**  
**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS**  
**ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS**



**I. INFORMACIÓN GENERAL**

- |                        |                                     |
|------------------------|-------------------------------------|
| 1. Facultad:           | Ingeniería Mecánica                 |
| 2. Carreras:           | Licenciatura en Mecánica Automotriz |
| 4. Denominación:       | Ecuaciones Diferenciales Ordinarias |
| 5. Año y Semestre:     | Segundo año, primer semestre        |
| 5. Código:             | 0667                                |
| 6. Frecuencia semanal: | Teoría: 5 horas                     |
| 7. Créditos:           | 5                                   |
| 8. Requisitos:         | Cálculo Diferencial e Integral II   |

**II. OBJETIVOS:**

**1. Objetivos Generales:**

- 1.1 Conocer la terminología básica de las ecuaciones diferenciales y la Transformada de Laplace.
- 1.2 Traducir problemas de fenómenos naturales a un lenguaje de ecuaciones diferenciales estableciendo la formulación matemática del problema.
- 1.3 Dominar los métodos y técnicas de resolución de ecuaciones diferenciales para su utilización en otras disciplinas dentro de su especialidad.
- 1.4 Aplicar las ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos en la interpretación de problemas de ingeniería.
- 1.5 Aplicar la Transformada de Laplace en la solución de problemas de Ingeniería.

**2. Objetivos Específicos:**

- 2.1 Definir ecuación diferencial.
- 2.2 Clasificar las ecuaciones diferenciales.
- 2.3 Obtener la ecuación diferencial dada una función paramétrica.
- 2.4 Demostrar que una función es solución de la ecuación diferencial dada.
- 2.5 Diferenciar los conceptos de condición inicial y condición de frontera.
- 2.6 Resolver ecuaciones diferenciales mediante el método de variables separables.
- 2.7 Resolver ecuaciones diferenciales homogéneas.
- 2.9 Aplicar el criterio de exactitud para determinar si una ecuación diferencial dada es exacta.
- 2.10 Resolver ecuaciones diferenciales exactas.
- 2.11 Resolver ecuaciones diferenciales aplicando factor de integración.
- 2.12 Reconocer las ecuaciones diferenciales lineales
- 2.13 Resolver ecuaciones diferenciales lineales.
- 2.14 Dada una ecuación diferencial determinar si es una ecuación de Bernoulli.
- 2.15 Resolver ecuaciones diferenciales de Bernoulli.
- 2.16 Aplicar las ecuaciones diferenciales para resolver problemas de Mecánica elemental.
- 2.18 Determinar, aplicando el Wronskiano, la dependencia o independencia lineal de un conjunto de funciones.
- 2.19. Reconocer si una ecuación diferencial de orden superior es lineal.
- 2.20 Determinar la solución de una ecuación diferencial lineal de orden superior homogénea con coeficientes constantes utilizando la ecuación auxiliar.
- 2.21 Resolver ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas de orden superior con coeficientes constantes mediante el método de coeficientes indeterminados.
- 2.23 Resolver ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas con coeficientes constantes de orden superior mediante el método de variación de parámetros.
- 2.24 Deducir la ecuación diferencial de las vibraciones de una masa en un resorte.
- 2.25 Resolver problemas de vibraciones de una masa en un resorte utilizando ecuaciones diferenciales.
- 2.26 Identificar la ecuación de Cauchy-Euler.

- 2.27 Resolver ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con Coeficientes variables por medio del método de Cauchy-Euler.
- 2.28 Determinar, mediante la definición, Transformadas de Laplace de Funciones continuas o con un número finito de discontinuidades finitas
  - 2.2.9 Aplicar la linealidad de la Transformada de Laplace
- 2.30 Aplicar la Transformada Inversa de Laplace.
- 2.31 Aplicar el primero y segundo teorema de traslación para determinar Transformadas de Laplace
- 2.32 Resolver ecuaciones diferenciales mediante Transformada de Laplace.

### III. METODOLOGÍA

1. Las clases se desarrollarán mediante un método activo dinámico.
2. Se utilizarán diversos recursos didácticos para lograr un aprendizaje efectivo.
3. Se resolverán problemas ejemplos y se someterán a discusión. Los estudiantes tendrán una participación activa.
4. Se asignarán tareas al estudiante que requieran el completo dominio de lo expuesto.
5. Hacer una sesión de repaso antes de cada prueba parcial.

### IV. EVALUACIÓN

Se sugiere una evaluación formativa y sumativa.

#### *Formativa:*

Se realizarán actividades tales como tareas, prácticas individuales y grupales, ejercicios cortos, etc. las cuales serán discutidas en clase para brindar la retroalimentación necesaria y así lograr el reforzamiento continuo de los conocimientos.

#### *Sumativa:*

- Cuatro pruebas parciales .....60 %
- Trabajos y tareas .....10 %
- Asistencia .....5%
- Prueba semestral .....25 %

### V. DESCRIPCIÓN

El curso se inicia con el estudio de las ecuaciones diferenciales de primer orden y primer grado y sus aplicaciones a la mecánica elemental. Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior y su aplicación al las oscilaciones de una masa en un resorte. Por último, La Transformada y Transformada Inversa de Laplace y su aplicación en la solución de ecuaciones diferenciales.

### VI. CONTENIDO

#### 1. CONCEPTOS BÁSICOS DE ECUACIONES DIFERENCIALES

- 1.1 Definición
- 1.2 Clasificación de las ecuaciones diferenciales.
- 1.3 Orígenes.
- 1.4 Solución de una ecuación diferencial.
- 1.5 Problemas de valor inicial y problemas de valores en la frontera.
- 1.6 Existencia y unicidad.

#### 2. ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN Y PRIMER GRADO

- 2.1 Definición.
- 2.2 Variables separables.
- 2.3 Ecuaciones homogéneas
- 2.5 Ecuaciones diferenciales exactas
- 2.6 Factores de integración

2.6.1 Factor de la forma: 
$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = f(x) F.I. = e^{\int f(x) dx}$$

2.6.2 Factor de la forma:

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{M} = -g(y) \quad F.I. = e^{\int g(y) dy}$$

- 2.7 Ecuaciones diferenciales lineales.
- 2.8 Ecuaciones de Bernoulli.

### 3. APLICACIONES DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN.

- 3.1 Trayectorias ortogonales
- 3.2 Mecánica elemental.
  - 3.2.1 Caída libre.
  - 3.2.2 Fuerza de rozamiento

### 4. ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES DE ORDEN SUPERIOR

- 4.1. Dependencia lineal e independencia lineal. Wronskiano
- 4.2 Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes
  - 4.2.1 Ecuación auxiliar: Raíces reales distintas, raíces reales e iguales, raíces imaginarias.
- 4.3 Ecuaciones no homogéneas con coeficientes constantes.
  - 4.3.1 Coeficientes indeterminados.
  - 4.3.2 Variación de parámetros.
- 4.4 Ecuaciones no homogéneas con coeficientes variables.
  - 4.4.1 Ecuación de Cauchy-Euler.
    - 4.4.1.1 Raíces reales y diferentes
    - 4.4.1.2 Raíces reales e iguales
    - 4.4.1.3 Raíces reales complejas

### 5. APLICACIONES DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES DE SEGUNDO ORDEN CON COEFICIENTES CONSTANTES.

- 5.1 Ecuación diferencial de las vibraciones de una masa en un resorte
- 5.2 Movimiento libre no amortiguado.
- 5.3 Movimiento libre amortiguado.
- 5.4 Movimiento forzado.

### 6. TRANSFORMADA DE LAPLACE

- 6.1 Definición de Transformada de Laplace
- 6.2 Teorema de existencia y unicidad
- 6.3 Linealidad de la Transformada de Laplace
- 6.4 Transformada de funciones básicas
- 6.5 Transformada inversa de Laplace
- 6.6 Primer teorema de traslación
- 6.7 Transformada de la función escalón unitario
- 6.8 Transformada inversa de Laplace
- 6.9 Segundo teorema de traslación
  - 6.10 Primer teorema de diferenciación
  - 6.11 Solución de Ecuaciones diferenciales mediante Transformada de Laplace

## VIII- BIBLIOGRAFÍA

### TEXTO:

Dennis G. Zill y Michael R. Cullen. *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería, Vol. 1, Ecuaciones Diferenciales*. McGraw Hill Tercera edición 2008

### LIBROS DE CONSULTA:

- Tagle –Saff Zinder . *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con valores en la frontera*. Tercera edición.
- Addison Wesley 2000. Kreyzing, Edwin. *Matemática Avanzadas para ingenieros*. Tercera edición. Limusa Wiley. 2001.
- O' Neil Peter. *Matemáticas Avanzadas para ingeniería*. Tercera edición CECSA 1999.
- Stephen Campbell y. *Ecuaciones Diferenciales con problemas de valor en la frontera*. Richard Haberman. Primera edición 1998.
- Borreli Robert y. *Ecuaciones Diferenciales. Una perspectiva de Modelación*. Courtney Colemán, primera edición. Oxford 2000.
-

- Dennis G. Zill y Michael R. Cullen. *Ecuaciones Diferenciales*. Thomson Learning. Quinta edición 2002